

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

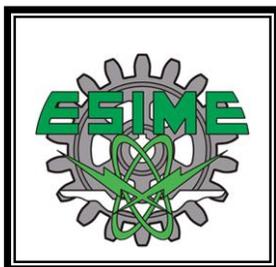
**ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS DE C.A.
EMPLEANDO EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

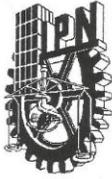
PRESENTA:

CÉSAR LÓPEZ SERVIN



MÉXICO, D. F.

2016



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

SIP-14 BIS

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México siendo las 17:00 horas del día 17 del mes de Noviembre del 2016 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de E. S. I. M. E. para examinar la tesis titulada:

**“ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS DE C.A.
EMPLEANDO EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR”**

Presentada por el alumno:

LÓPEZ
Apellido paterno

SERVIN
Apellido materno

CÉSAR
Nombre(s)

Con registro:

B	1	4	0	8	5	0
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELÉCTRICA

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Directores de tesis


DR. DANIEL RUIZ VEGA


DR. MOHAMED BADAOUI

Presidente

Segundo Vocal


DR. DANIEL OLGUÍN SALINAS


DR. DANIEL RUIZ VEGA

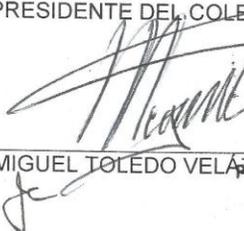
Tercer Vocal

Secretario


DR. HUGO AMBRIZ PÉREZ


DR. RICARDO OCTAVIO A. MOTA PALOMINO

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN


DR. MIGUEL TOLEDO VELÁZQUEZ





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México, D.F. el día 23 del mes de Noviembre del año 2016, el que suscribe César López Servin, alumno del Programa de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica, con número de registro B140850, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME-Zacatenco del IPN, manifiesta que es el autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de los Doctores Daniel Ruiz Vega y Mohamed Badaoui y cede los derechos del trabajo titulado Estudio de Flujos de Potencia Óptimos de C.A. Empleando el Método de Punto Interior, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o directores del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguientes direcciones **c.lopez.serv@hotmail.com**, **drv_liege@yahoo.com** y **mbadaoui@ipn.mx**. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

César López Servin

RESUMEN

Hoy en día están disponibles numerosas herramientas computacionales que garantizan la operación factible, segura y confiable de un sistema eléctrico de potencia. Entre éstas se encuentra el estudio de Flujos de Potencia Óptimos (FPO) de C.A., cuyo propósito principal es determinar los ajustes óptimos de un conjunto de variables de control, maximizando o minimizando una función objetivo, la cual representa un índice o criterio a optimizar, respetando al mismo tiempo restricciones de igualdad y desigualdad impuestas por los límites físicos, de operación y seguridad de una red eléctrica.

Desde la primera formulación del problema de FPO en 1962 hasta la actualidad, han surgido muchas técnicas que son capaces de obtener una solución factible a este problema tan complejo. En el presente trabajo se consideró importante crear un programa de flujos de potencia óptimos de C.A. que use el método de solución de puntos interiores primal-dual, propuesto recientemente y que ha mostrado resultados muy promisorios, para optimizar la operación del sistema logrando el costo mínimo de operación.

En el presente trabajo se describen inicialmente los conceptos básicos del problema de flujos de potencia óptimos, y del método de punto interior para resolver modelos de optimización no lineales. Finalmente se desarrollaron tres diferentes programas de simulación digital aplicando el método del punto interior primal-dual al estudio de FPO, considerando el modelo clásico de este tipo de estos estudios. Dos programas se escribieron en lenguaje MATLAB® y uno en FORTRAN90.

Cada versión de los programas de simulación mejoró el rendimiento de la versión anterior, al analizar diferentes sistemas de potencia de prueba, hasta obtener resultados comparables con los de simuladores comerciales y de software libre que son muy utilizados en el área de sistemas eléctricos de potencia.

La implementación de un sistema de mercados en la industria eléctrica de México hace necesario el desarrollo de este tipo de herramientas que, por su función, pueden ser empleadas para establecer subastas de energía, y sobre todo medios para optimizar la aplicación de medidas de control de manera económica. El desarrollo de este tipo de programas, por lo tanto, crea una base a partir de la cual se puedan implementar en un futuro cercano, aplicaciones de optimización de sistemas eléctricos de potencia adecuadas a la situación actual del sistema de potencia del país.

ABSTRACT

Nowadays, numerous computational tools that guarantee the feasibility, the security and the reliability of the electric power system operation, are available. Among them, the AC Optimal Power Flow (OPF), which aims at determining the optimal adjustments of a set of control variables, minimizing or maximizing an objective function that represents an index or a criterion to optimize, while respecting at the same time, equality and inequality constraints imposed by the physical, operating and security limits of an electrical network.

Since the first formulation of the OPF in 1962 until now, many techniques capable of obtaining a feasible solution of this complex problem have been proposed. In the present work it was considered important to develop an AC Optimal Power Flow program using the primal-dual interior point method, which was recently proposed, and that has had very promising results, in order to optimize the system operation to achieve a minimum cost.

This work initially describes the basics of the optimal power flow problem, and of the interior point method to solve nonlinear optimization problems. Finally, three optimal power flow digital simulation programs, applying the primal-dual interior point method, were developed, considering the classical model for this kind of studies; two programs were written in MATLAB language and one in FORTRAN 90.

Each new version of the program improved the performance of the previous version, when analyzing different test power systems, until its results were comparable to the ones of commercial and free software simulation programs that are very popular in the electric power systems area.

The implementation of a market system in the Mexican electric industry makes it necessary to develop this kind of tools that, by its very function, can be employed to establish energy auctions, and means to optimize the application of control measurements in an economic way. The creation of this type of programs sets up a base, from which, electric power systems optimization applications, suitable to the current conditions of the electric industry of the country, can be implemented in a near future.

DEDICATORIA

A Dios:

Por haberme dado la oportunidad de vivir y por estar conmigo en cada instante. Por llenar a mi familia de salud y bienestar en todo momento. Y por aquel caluroso encuentro que me hizo vivir, donde me llenó de cariño y amor.

A mis Padres:

*Jorge López Salazar
Rocio Servin Morelos*

Cuya mejor herencia que me pueden dar, es el estudio. Por aquellos sabios consejos, incondicional apoyo y oportunos regaños con un solo objetivo, cuidar mi bienestar. Por ser parte fundamental en todo lo que soy, ya que sin ellos no habría alcanzado este difícil objetivo.

A mi hermano:

Jorge Daniel López Servin

Por su apoyo y compañía en todo momento. Por todas las aventuras y travesuras que hacemos desde niños. Y a pesar de que nuestros caminos serán diferentes, siempre estaré contigo.

A mi pareja:

Nancy Escalante Martínez

Por su paciencia y oportunos consejos en esos momentos difíciles llenos de estrés e incertidumbre. Por su cariño y amor en cada momento que vivimos. Y que nuestra relación perdure por mucho más tiempo.

A mis amigos:

Por compartir excelentes y divertidos momentos. Que a lo largo de nuestra formación profesional, nos hemos apoyado mutuamente y espero continuar con cada una de sus amistades: Alejandro Villegas, Alí Gervacio, Carlos Martínez, César Valdovinos, Daniel Martínez, Diego Valerio, Erick Cruz, Gabriel López, Iván Rodríguez, Javier Olmos, Juan Carlos Sierra, Marco León, Omar Ramírez, Omar Pizar, Rolando Rosas.

Y para todos aquellos familiares y amigos que no recordé al momento de escribir esto. Todo este trabajo ha sido posible gracias a ellos.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Daniel Ruiz Vega por la dirección y disposición de dirigir el presente trabajo. Además del apoyo incondicional proporcionando diferentes herramientas, material bibliográfico y excelentes ideas para la culminación del mismo.

Al Dr. Mohamed Badaoui, por todo su conocimiento compartido y por toda su paciencia durante las clases de optimización. Además de su apoyo y consejos para poder realizar los programas de simulación de dicho trabajo.

A los doctores Daniel Olguín Salinas, Ricardo Mota Palomino, Hugo Ambriz Pérez y Jaime Robles García por haberse tomado el tiempo de leer este trabajo y realizar las correcciones y aportaciones que permitieron mejorar el mismo.

Al M. en C. David Villarreal Martínez por ayudarnos en la revisión y corrección de los resultados de las simulaciones realizadas con el programa PSS@E 32.

En general, a todos aquellos profesores y personal institucional que fueron parte de mi formación académica dentro de la SEPI-ESIME-Zacatenco.

Al CONACyT y al IPN por la ayuda económica proporcionada por medio de la beca de estudios de maestría, la beca tesis y la beca de estímulo institucional de formación de investigadores (BEIFI) de los proyectos SIP 20150027 y 20160546 que me permitieron realizar el presente trabajo.

CONTENIDO

	Página
RESUMEN	VII
ABSTRACT	IX
DEDICATORIA	XI
AGRADECIMIENTOS	XIII
CONTENIDO	XV
LISTA DE FIGURAS	XIX
LISTA DE TABLAS	XXI
GLOSARIO	XXIII
CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN	1
1.1 INTRODUCCIÓN	1
1.2 OBJETIVO	3
1.3 JUSTIFICACIÓN	3
1.4 ANTECEDENTES	3
1.4.1 Antecedentes del Método de Punto Interior	8
1.4.2 Trabajos Recientes más Relevantes sobre los Estudios de Flujos de Potencia Óptimos	10
1.4.3 Trabajos Desarrollados en la ESIME-Zacatenco	11
1.5 LIMITACIONES Y ALCANCES	12
1.6 APORTACIONES DE LA TESIS	12
1.7 ESTRUCTURA DE LA TESIS	13
CAPÍTULO 2: EL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS	15
2.1 INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS	15
2.2 EL PROBLEMA DE LOS FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS	16
2.2.1 Relación de un Estudio de Flujos de Potencia Óptimo y un Estudio de Flujos de Potencia Convencionales	17
2.2.2 Formulación Clásica de un Estudio de Flujos de Potencia Óptimo	18
2.3 CARÁCTERÍSTICAS DEL PROBLEMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS	19
2.3.1 Función Objetivo	20
2.3.1.1 Características de las Curvas de Entrada-Salida de las Unidades Térmicas	21
2.3.1.2 Tipos de Función Objetivo	22
2.3.2 Variables de Decisión	25
2.3.2.1 Variables de Control	25
2.3.2.2 Variables de Estado	26
2.3.3 Restricciones de Igualdad	26
2.3.4 Restricciones de Desigualdad	27
2.4 MÉTODOS PARA LA SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS	31
2.4.1 Métodos de Programación Lineal	31
2.4.2 Métodos de Programación no Lineal	32
2.4.3 Resumen de los Algoritmos de Flujos de Potencia Óptimos	33
2.5 ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMO RESTRINGIDO POR SEGURIDAD	39
CAPÍTULO 3: EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR	43
3.1 INTRODUCCIÓN	43
3.1.1 Comparación del Método de Punto Interior y el Método Simplex (Programación Lineal)	44

	Página
3.2 VARIANTES DEL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR.....	45
3.2.1 Métodos Proyectivos.....	46
3.2.2 Método Escalado Afin	46
3.2.3 Método Primal-Dual.....	47
3.2.4 Conceptos del Método de Punto Interior (Centro Analítico y Trayectoria Central).....	50
3.3 MÉTODO DE PUNTO INTERIOR PARA PROGRAMACIÓN NO LINEAL	51
3.3.1 Método de Barrera Logarítmica.....	51
3.3.1 Un Método no Factible de Punto Interior	52
3.3.2 Condiciones de Optimalidad	54
3.3.3 Cálculo de las Direcciones de Newton	58
3.3.4 Actualización de las Variables	59
3.3.5 Parámetro de Barrera Logarítmica.....	61
3.3.6 Criterios de Convergencia.....	62
3.4 INICIALIZACIÓN DE LAS VARIABLES EN UN ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS	64
3.4.1 Magnitud y Ángulo de Tensión.....	64
3.4.2 Potencia Activa y Reactiva	64
3.4.3 Variables de Holgura “Slacks”.....	64
3.4.4 Multiplicadores de Lagrange	65
3.5 ALGORITMO GENERAL DEL ALGORITMO DEL MÉTODO PUNTO INTERIOR PRIMAL-DUAL	65
CAPÍTULO 4: PROGRAMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS POR EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR.....	67
4.1 INTRODUCCIÓN	67
4.2 IMPLEMENTACIÓN DE UN PROGRAMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS POR EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR	67
4.2.1 Programa de Flujos de Potencia Óptimo (MATLAB® 2014 - Versión 1).....	68
4.2.2 Programa de Flujos de Potencia Óptimos (MATLAB® 2014 - Versión 2)	73
4.2.3 Programa de Flujos de Potencia Óptimo (FORTRAN 90 - Versión 3)	73
4.3 FORMAS DE INICIALIZACIÓN EN EL PROGRAMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMO POR EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR	85
4.3.1 Inicialización Mediante un Estudio de Despacho Económico sin Pérdidas.....	85
4.3.2 Inicialización Mediante un Estudio de Flujos de Potencia Convencionales	86
4.4 REDUCCIÓN DE LA MATRIZ JACOBIANA	87
CAPÍTULO 5: APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	89
5.1 INTRODUCCIÓN	89
5.1.1 Panorama general del programa PSS®E 32.....	90
5.1.2 Panorama general del programa MATPOWER.....	91
5.1.3 Panorama general de la función FMINCON	92
5.2 SIMULACIÓN DEL MODELO DE 4 VARIABLES	93
5.2.1 Discusión de resultados.....	94
5.3 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS.....	95
5.3.1 Modelo del sistema de potencia.....	95
5.3.2 Resultados del sistema de prueba de 5 nodos.....	98
5.3.3 Discusión de resultados del sistema de prueba de 5 nodos	100
5.3.4 Estado final del sistema de prueba de 5 nodos.....	101
5.4 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS	102
5.4.1 Resultados del sistema de prueba de 14 nodos.....	103
5.4.2 Discusión de resultados del sistema de prueba IEEE de 14 nodos	105
5.4.3 Estado final del sistema de prueba IEEE de 14 nodos	107
5.5 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 118 NODOS	107

	Página
5.5.1 Resultados del sistema de prueba de 118 nodos.....	108
5.5.2 Análisis de resultados del sistema de prueba IEEE de 118 nodos.....	119
5.5.3 Estado final del sistema de prueba IEEE de 118 nodos.....	120
CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	131
6.1 CONCLUSIONES.....	131
6.2 APORTACIONES.....	133
6.3 TRABAJOS FUTUROS	134
REFERENCIAS	137
APÉNDICE A: UTILIZACIÓN DE VARIABLES SIMBÓLICAS EN MATLAB® 2014A.....	143
A.1 MANEJO DE LAS FUNCIONES RELACIONADAS CON LAS VARIABLES SIMBÓLICAS	143
A.2 FUNCIONES OPERACIONALES RELACIONADAS CON LAS VARIABLES SIMBÓLICAS.....	144
APÉNDICE B: ARCHIVO DE DATOS DE LOS PROGRAMAS DE SIMULACIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS REALIZADOS EN ESTE TRABAJO	145
B.1 DESCRIPCIÓN DEL ARCHIVO DE LECTURA DEL PROGRAMA DE SIMULACIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS PARA MATLAB® 2014A	145
B.2 DESCRIPCIÓN DEL ARCHIVO DE LECTURA DEL PROGRAMA DE SIMULACIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS PARA FORTRAN 90.....	147
APÉNDICE C: DATOS DE LOS SISTEMA DE PRUEBA UTILIZADOS	149
C.1 SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS.....	149
C.2 SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS	152
C.3 SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 118 NODOS	155
APÉNDICE D: PROBLEMA DE DESPACHO ECONÓMICO CLÁSICO	171
D.1 EL PROBLEMA DE DESPACHO ECONÓMICO SIN PÉRDIDAS PARA UNIDADES TÉRMICAS	171
D.2 SOLUCIÓN GRÁFICA AL PROBLEMA DE DESPACHO ECONÓMICO SIN PÉRDIDAS PARA UNIDADES TÉRMICAS	174
APÉNDICE E: ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA CONVENCIONALES DE C.A.	177
E.1 FLUJOS DE POTENCIA DE C.A.....	177
E.2 ECUACIONES DE FLUJOS DE POTENCIA Y PÉRDIDAS DE POTENCIA EN LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN.....	181
E.3 DIAGRAMAS DE FLUJOS CORRESPONDIENTES AL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA CONVENCIONALES...	183

LISTA DE FIGURAS

Página

FIGURA 2.1. CURVA DE ENTRADA-SALIDA CARACTERÍSTICA DE UNA UNIDAD GENERADORA $'i'$ (ADAPTADO DE [ZHU, 2015]).....	21
FIGURA 2.2 FUNCIONES OBJETIVOS COMÚNMENTE USADAS EN LOS ESTUDIOS DE FPO (ADAPTADO DE [ALRASHIDI AND EL-HAWARY, 2009]).....	22
FIGURA 2.3 NODO GENÉRICO DE UN SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA (ADAPTADO DE [OÑATE, 2008]).	27
FIGURA 2.4 MÉTODOS UTILIZADOS PARA RESOLVER EL PROBLEMA DE FPO (MODIFICADO Y ADAPTADO DE [LÓPEZ, 2015, ALRASHIDI AND EL-HAWARY, 2009]).....	34
FIGURA 2.5 NOCIÓN GENERAL DEL PROCESO DE OPTIMIZACIÓN DE LOS GA (ADAPTADO DE [OSMAN ET AL., 2004]).....	37
FIGURA 2.6 RELACIÓN ENTRE LOS PUNTOS DE PRE CONTINGENCIA Y POST CONTINGENCIA (ADAPTADO DE [OÑATE, 2008]).	41
FIGURA 3.1 ILUSTRACIÓN DE LOS MÉTODOS PUNTO INTERIOR Y SIMPLEX (ADAPTADO DE [MOMOH, 1996]).....	45
FIGURA 3.2 REPRESENTACIÓN DE LA TRAYECTORIA CENTRAL, DE UNA DETERMINADA FUNCIÓN OBJETIVO CONTEMPLANDO ALGUNAS ITERACIONES (ADAPTADA DE [HERTOG, 1994]).....	51
FIGURA 4.1 DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMO DE MATLAB® 2014, VERSIÓN 1, CON VARIABLES SIMBÓLICAS.	69
FIGURA 4.2 DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROCESO DE FORMACIÓN DE MATRIZ YBUS.	70
FIGURA 4.3 IMPRESIÓN DE RESULTADOS DEL PROGRAMA DE MATLAB® 2014 (PRIMERA PARTE).	71
FIGURA 4.4. IMPRESIÓN DE RESULTADOS DEL PROGRAMA DE MATLAB® 2014 (SEGUNDA PARTE).	72
FIGURA 4.5. IMPRESIÓN DE RESULTADOS DEL PROGRAMA DE MATLAB® 2014 (TERCERA PARTE).....	72
FIGURA 4.6. DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMO VERSIÓN 2.0 EN MATLAB® 2014A.	74
FIGURA 4.7. DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMO VERSIÓN 3.0 EN FORTRAN 90 (PARTE 1/2). 75	
FIGURA 4.8. DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMO VERSIÓN 3.0 EN FORTRAN 90 (PARTE 2/2). 76	
FIGURA 4.9. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA INIVAR.	77
FIGURA 4.10. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA EVALOBJ.	78
FIGURA 4.11. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA BARLOG.	78
FIGURA 4.12. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA CONDKKT.	79
FIGURA 4.13. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA JACOBIAN.	80
FIGURA 4.14. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA FTRI.	80
FIGURA 4.15. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA LONGPASO.	81
FIGURA 4.16. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA CRITCONV.	82
FIGURA 4.17. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA RESULTS.	82
FIGURA 4.18. IMPRESIÓN DE RESULTADOS DEL PROGRAMA DE FORTRAN 90 (PRIMERA PARTE).	83
FIGURA 4.19. IMPRESIÓN DE RESULTADOS DEL PROGRAMA DE FORTRAN 90 (SEGUNDA PARTE).....	84
FIGURA 4.20. IMPRESIÓN DE RESULTADOS DEL PROGRAMA DE FORTRAN 90 (TERCERA PARTE).	85
FIGURA 4.21. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA DESPECO.	86
FIGURA 5.1. COMPORTAMIENTO DE LA BARRERA LOGARÍTMICA DURANTE EL PROCESO ITERATIVO EN LA SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE 5 NODOS.	101
FIGURA 5.2. PUNTO DE OPERACIÓN FINAL OBTENIDO CON EL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS.....	102
FIGURA 5.3. COMPORTAMIENTO DE LA BARRERA LOGARÍTMICA DURANTE EL PROCESO ITERATIVO DE SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE 14 NODOS.....	106
FIGURA 5.4. PUNTO DE OPERACIÓN FINAL OBTENIDO CON EL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 14 NODOS.	108
FIGURA 5.5. COMPORTAMIENTO DE LA BARRERA LOGARÍTMICA DURANTE EL PROCESO ITERATIVO EN LA SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE 118 NODOS.	119

FIGURA 5.6. PUNTO DE OPERACIÓN FINAL OBTENIDO CON EL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 118 NODOS (PARTE 1/3).	126
FIGURA 5.7. PUNTO DE OPERACIÓN FINAL OBTENIDO CON EL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 118 NODOS (PARTE 2/3).	127
FIGURA 5.8. PUNTO DE OPERACIÓN FINAL OBTENIDO CON EL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 118 NODOS (PARTE 3/3).	129
FIGURA B.1. ARCHIVO COMPLETO DE ENTRADA DE UN SISTEMA DE PRUEBA PARA MATLAB® 2014, DIVIDIDA EN SECCIONES.	146
FIGURA B.2. DATOS GENERALES DEL SISTEMA DE PRUEBA.	147
FIGURA B.3. PARÁMETROS DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN DEL SISTEMA DE POTENCIA.	148
FIGURA B.4. DATOS PARA EL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS.	148
FIGURA B.5. DATOS ADICIONALES PARA EL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA CONVENCIONALES.	148
FIGURA C.1. CONFIGURACIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS.	151
FIGURA C.2. CONFIGURACIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS.	154
FIGURA C.3. CONFIGURACIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 118 NODOS (PARTE 1/3).	166
FIGURA C.4. CONFIGURACIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 118 NODOS (PARTE 2/3).	167
FIGURA C.5. CONFIGURACIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 118 NODOS (PARTE 3/3).	169
FIGURA D.1. REPRESENTACIÓN DE UN SISTEMA DE N UNIDADES PARA SATISFACER LA DEMANDA P_L (ADAPTADA DE [WOOD ET AL., 2014]).	171
FIGURA D.2. SOLUCIÓN GRÁFICA DEL PROBLEMA DE DESPACHO ECONÓMICO SIN PÉRDIDAS (MODIFICADO DE [SHEBLÉ AND McCALLEY, 1999]).	175
FIGURA E.1. CONVENCION DEL BALANCE DE POTENCIA EN EL NODO ' i ', DE UN SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA (ADAPTADO DE [RUIZ Y OLGUÍN, 1997]).	178
FIGURA E.2. REPRESENTACIÓN MONOFÁSICA EQUIVALENTE DE DOS NODOS CONECTADOS, CORRESPONDIENTE A UN SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA (ADAPTADO DE [DAS, 2006]).	181
FIGURA E.3. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA FLUJOS (PARTE 1/2).	184
FIGURA E.4. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA SUBROUTINA FLUJOS (PARTE 2/2).	185

LISTA DE TABLAS

	Página
TABLA 4.1 VARIABLES DE LECTURA DEL PROGRAMA DE MATLAB® 2014.	68
TABLA 4.2. TIEMPO DE SIMULACIÓN EMPLEANDO DOS VERSIONES DE LA MATRIZ JACOBIANA.	87
TABLA 5.1. ELECCIÓN DEL SOLVER DE MATLAB® PARA EL PROBLEMA DE FPO (ADAPTADO DE [LÓPEZ, 2015]).	93
TABLA 5.2. VALORES ESTIMADOS DEL VECTOR DE VARIABLES DE ESTADO.	94
TABLA 5.3. RESULTADOS DE LAS VARIABLES DE ESTADO DE LOS DIFERENTES CASOS PROPUESTOS.	94
TABLA 5.4. DESPACHO ÓPTIMO DE POTENCIA ACTIVA (P) DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS [P.U.].	98
TABLA 5.5. DESPACHO ÓPTIMO DE POTENCIA REACTIVA (Q) DEL SISTEMA DE 5 NODOS [P.U.].	98
TABLA 5.6. MAGNITUD DE LAS TENSIONES NODALES (V) DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS [P.U.].	99
TABLA 5.7. ÁNGULO DE LAS TENSIONES NODALES (Δ) DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS [GRADOS].	99
TABLA 5.8. RENDIMIENTO DE LOS PROGRAMAS DE SIMULACIÓN UTILIZADOS PARA RESOLVER EL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS. ...	99
TABLA 5.9. CONDICIONES DE FACTIBILIDAD DE LOS SIMULADORES QUE EMPLEAN EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR. SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS.	100
TABLA 5.10. PÉRDIDAS DE POTENCIA ENTRE LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS	102
TABLA 5.11. DESPACHO ÓPTIMO DE POTENCIA ACTIVA (P) DEL SISTEMA DEL IEEE DE 14 NODOS [P.U.].	103
TABLA 5.12. DESPACHO ÓPTIMO DE POTENCIA REACTIVA (Q) DEL SISTEMA DE 14 NODOS [P.U.].	104
TABLA 5.13. MAGNITUD DE LAS TENSIONES NODALES (V) DEL SISTEMA DEL IEEE DE 14 NODOS [P.U.].	104
TABLA 5.14. ÁNGULO DE LAS TENSIONES NODALES (Δ) DEL SISTEMA DEL IEEE DE 14 NODOS [GRADOS].	104
TABLA 5.15. RENDIMIENTO DE LOS PROGRAMAS DE SIMULACIÓN UTILIZADOS EN LA SOLUCIÓN DEL SISTEMA DEL IEEE DE 14 NODOS.	105
TABLA 5.16. CONDICIONES DE FACTIBILIDAD DE LOS SIMULADORES QUE EMPLEAN EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR PARA RESOLVER EL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS.	105
TABLA 5.17. PÉRDIDAS DE POTENCIA EN LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN DEL SISTEMA DE 14 NODOS.	107
TABLA 5.18. DESPACHO ÓPTIMO DE POTENCIA ACTIVA (P) DEL SISTEMA IEEE DE 118 NODOS [P.U.].	109
TABLA 5.18. DESPACHO ÓPTIMO DE POTENCIA ACTIVA (P) DEL SISTEMA IEEE DE 118 NODOS [P.U.] (CONTINUACIÓN).	110
TABLA 5.19. DESPACHO ÓPTIMO DE POTENCIA REACTIVA (Q) DEL SISTEMA IEEE DE 118 NODOS [P.U.].	110
TABLA 5.19. DESPACHO ÓPTIMO DE POTENCIA REACTIVA (Q) DEL SISTEMA IEEE DE 118 NODOS [P.U.] (CONTINUACIÓN).	111
TABLA 5.20. MAGNITUD DE LAS TENSIONES NODALES (V) DEL SISTEMA IEEE DE 118 NODOS [P.U.].	112
TABLA 5.20. MAGNITUD DE LAS TENSIONES NODALES (V) DEL SISTEMA IEEE DE 118 NODOS [P.U.] (CONTINUACIÓN).	113
TABLA 5.20. MAGNITUD DE LAS TENSIONES NODALES (V) DEL SISTEMA IEEE DE 118 NODOS [P.U.] (CONTINUACIÓN).	114
TABLA 5.21. ÁNGULO DE LAS TENSIONES NODALES (Δ) DEL SISTEMA IEEE DE 118 NODOS [GRADOS].	115
TABLA 5.21. ÁNGULO DE LAS TENSIONES NODALES (Δ) DEL SISTEMA IEEE DE 118 NODOS [GRADOS] (CONTINUACIÓN).	116
TABLA 5.21. ÁNGULO DE LAS TENSIONES NODALES (Δ) DEL SISTEMA IEEE DE 118 NODOS [GRADOS]. (CONTINUACIÓN).	117
TABLA 5.22. RENDIMIENTO DE LOS PROGRAMAS DE SIMULACIÓN UTILIZADOS AL RESOLVER EL SISTEMA IEEE DE 118 NODOS.	118
TABLA 5.23. CONDICIONES DE FACTIBILIDAD DE LOS SIMULADORES QUE EMPLEAN EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR AL RESOLVER EL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 118 NODOS.	118
TABLA 5.24. CRITERIOS DE PARO DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 118 NODOS.	120
TABLA 5.25. PÉRDIDAS DE POTENCIA EN LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN DEL SISTEMA DE 118 NODOS.	120
TABLA 5.25. PÉRDIDAS DE POTENCIA EN LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN DEL SISTEMA DE 118 NODOS. (CONTINUACIÓN).	121
TABLA 5.25. PÉRDIDAS DE POTENCIA EN LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN DEL SISTEMA DE 118 NODOS. (CONTINUACIÓN).	122
TABLA 5.25. PÉRDIDAS DE POTENCIA EN LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN DEL SISTEMA DE 118 NODOS. (CONTINUACIÓN).	123
TABLA 5.25. PÉRDIDAS DE POTENCIA EN LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN DEL SISTEMA DE 118 NODOS. (CONTINUACIÓN).	124
TABLA 5.25. PÉRDIDAS DE POTENCIA EN LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN DEL SISTEMA DE 118 NODOS. (CONTINUACIÓN).	125
TABLA A.1. DESCRIPCIÓN DE LAS FUNCIONES RELACIONADAS A LAS VARIABLES SIMBÓLICAS.	143
TABLA A.2. FUNCIONES QUE REALIZAN OPERACIONES NUMÉRICAS CON VARIABLES SIMBÓLICAS.	144
TABLA A.3. EJEMPLIFICACIÓN DE LAS FUNCIONES QUE REALIZAN OPERACIONES CONTEMPLANDO VARIABLES SIMBÓLICAS.	144
TABLA C.1. NÚMERO DE ELEMENTOS DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS.	149
TABLA C.2. COMPENSADORES EN PARALELO DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS.	149
TABLA C.3. PARÁMETROS DE IMPEDANCIA DE LAS LÍNEAS DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS.	150

	Página
TABLA C.4. DATOS DE LOS GENERADORES DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS.	150
TABLA C.5. DATOS DE LOS NODOS DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS.	150
TABLA C.6. COEFICIENTES DE COSTOS DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS.	150
TABLA C.7. NÚMERO DE ELEMENTOS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS.	152
TABLA C.8. COMPENSADORES EN PARALELO DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS.	152
TABLA C.9. PARÁMETROS DE IMPEDANCIA DE LAS LÍNEAS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS.	152
TABLA C.9. PARÁMETROS DE IMPEDANCIA DE LAS LÍNEAS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS (CONTINUACIÓN).	153
TABLA C.10. DATOS DE LOS GENERADORES DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS.	153
TABLA C.11. DATOS DE LOS NODOS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS.	153
TABLA C.12. COEFICIENTES DE COSTOS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS.	154
TABLA C.13. NÚMERO DE ELEMENTOS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 118 NODOS.	155
TABLA C.14. COMPENSADORES EN PARALELO DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 118 NODOS.	155
TABLA C.15. PARÁMETROS DE IMPEDANCIA DE LAS LÍNEAS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS.	155
TABLA C.15. PARÁMETROS DE IMPEDANCIA DE LAS LÍNEAS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS (CONTINUACIÓN).	156
TABLA C.15. PARÁMETROS DE IMPEDANCIA DE LAS LÍNEAS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS (CONTINUACIÓN).	157
TABLA C.15. PARÁMETROS DE IMPEDANCIA DE LAS LÍNEAS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS (CONTINUACIÓN).	158
TABLA C.16. PARÁMETROS DE IMPEDANCIA DE LAS LÍNEAS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS (CONTINUACIÓN).	159
TABLA C.17. PARÁMETROS DE IMPEDANCIA DE LAS LÍNEAS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS (CONTINUACIÓN).	160
TABLA C.18. DATOS DE LOS GENERADORES DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS.	160
TABLA C.16. DATOS DE LOS GENERADORES DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS (CONTINUACIÓN).	161
TABLA C.19. DATOS DE LOS NODOS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS.	162
TABLA C.17. DATOS DE LOS NODOS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS (CONTINUACIÓN).	163
TABLA C.17. DATOS DE LOS NODOS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS (CONTINUACIÓN).	164
TABLA C.20. COEFICIENTES DE COSTOS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS.	164
TABLA C.18. COEFICIENTES DE COSTOS DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE 118 NODOS.	165
TABLA E.1. VARIABLES CONOCIDAS E INCÓGNITAS DE LOS DIFERENTES TIPOS DE NODOS (ADAPTADO DE [RUIZ Y OLGUÍN, 1997]). ..	181

GLOSARIO

Abreviaciones

AC	<i>"Alternating Current"</i> (Corriente Alterna)
ALM	<i>"Augmented Lagrangian Methods"</i> (Métodos del Lagrangiano Aumentado)
BEIFI	Beca de Estímulo Institucional de Formación de Investigadores
C.A.	Corriente Alterna
C.D.	Corriente Directa
CONACyT	Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología
DE	Despacho Económico
FACTS	<i>"Flexible Alternating Current Transmission System"</i> (Sistema de Transmisión Flexible de Corriente Alterna)
FMINCON	Función de Optimización de MATLAB®
FPC	Flujos de Potencia Convencionales
FPCD	Flujos de Potencia en Corriente Directa
FPO	Flujos de Potencia Óptimos
FPOCD	Flujos de Potencia Óptimos en Corriente Directa
FPORS	Flujos de Potencia Óptimos Restringido por Seguridad
FLOW	Flujo de Potencia Activa en la Línea de Transmisión
GA	<i>"Genetic Algorithm"</i> (Algoritmo Genético)
GAMS	<i>"General Algebraic Modeling System"</i> (Sistema de Modelado Algebraico General)
GRC	<i>"Generalized Reduced Gradient"</i> (Método del Gradiente Reducido Generalizado)
IPN	Instituto Politécnico Nacional
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
MATLAB®	<i>"Matrix Laboratory"</i> (Laboratorio de Matrices)
MATPOWER	Paquetería de Simulación de Sistemas de Potencia de MATLAB®
MW	Mega Watts
MPI	Método de Punto Interior
MPIPD	Método de Punto Interior Primal-Dual
MS	Método Simplex
OPF	<i>"Optimal Power Flow"</i> (Flujos de Potencia Óptimos)
PALM	<i>"Projected Augmented Lagrangian Method"</i> (Método del Lagrangiano Aumentado Proyectado)
PSO	<i>"Particle Swarm Optimization"</i> (Algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas)
PSS®E 32	<i>"Power System Simulator for Engineering"</i> (Simulador de Sistemas de Potencia para Ingeniería, Versión 32)
RAM	<i>"Random Access Memory"</i> (Memoria de Acceso Aleatorio)
SA	<i>"Simulated Annealing"</i> (Técnica de Recocido Simulado)

SEP	Sistema Eléctrico de Potencia
SEPI	Sección de Estudios de Posgrado e Investigación
SLP	" <i>Successive Linear Programming</i> " (Método de Programación Lineal Sucesiva)
SO ₂	Dióxido de Azufre
SQP	" <i>Secuencial Quadratic Programming</i> " (Programación Cuadrática Secuencial)
VAR	Volts-Ampere Reactivo
YBUS	Matriz de Admitancias Nodales

Parámetros

B	Suceptancia
Btu	Unidades térmicas británicas
f(z)	Función objetivo a optimizar
F	Costo de combustible
FLOW	Flujo de potencia activa en la línea de transmisión
G	Conductancia
g(z)	Función de restricciones de igualdad
h	Horas
h(z)	Función de restricciones de desigualdad
P _i	Potencia activa de una línea de transmisión
P _G	Potencia activa de generación
P _L	Potencia activa de demanda
ΔP _G	Velocidad de cambio de generación permitida
Q _i	Potencia reactiva de una línea de transmisión
Q _G	Potencia reactiva de generación
Q _L	Potencia reactiva de demanda
s	Segundos
tap	Posición del cambiador de derivación del transformador
time	Tiempo de encendido y/o apagado de las unidades de generación
V	Magnitud de tensión
Y	Magnitud de la admitancia
Y _{BUS}	Matriz de admitancias nodales
z	Conjunto de variables de decisión
φ	Posición del cambiador de fase del transformador
ρ	Brecha complementaria
δ	Ángulo de tensión
θ	Ángulo de la admitancia
μ	Barrera logarítmica
α	Longitud de paso
y,π	Multiplicadores lagrange
w	Variable slack

CAPÍTULO 1:

INTRODUCCIÓN

1.1 INTRODUCCIÓN

En esta tesis se desarrolla, programa y analiza un estudio de Flujos de Potencia Óptimo (FPO) realizado por un método muy eficiente de optimización no lineal conocido como Método de Punto Interior Primal-Dual. Esencialmente, el estudio de FPO constituye un problema no lineal, no convexo y de gran envergadura en el cual se determinan los ajustes óptimos de ciertas variables eléctricas (*variables de decisión*) pertenecientes a la red eléctrica de potencia, con la finalidad de optimizar un criterio de optimización que satisface un conjunto de restricciones de igualdad y desigualdad que relacionan las características físicas, de operación y de seguridad de un sistema eléctrico de potencia garantizando la factibilidad, confiabilidad y seguridad del mismo. Esta definición cubre la mayoría de los problemas de OPF, es decir, diferentes tipos de problemas pueden ser desarrollados al seleccionar determinada función objetivo, diferentes variables de control y diferentes conjuntos de restricciones [Momoh et al., 1999, Bedriñana and Castro, 2009, Mohapatra et al., 2012].

El estudio de FPO prácticamente surgió de la extensión del estudio de Despacho Económico tradicional (DE); dichos estudios pueden ser vistos como una simplificación del problema de FPO, puesto que el DE toma en consideración únicamente los límites de generación de las unidades térmicas, agregando una sola ecuación de la red eléctrica conocida como ecuación de balance, ignorando las ecuaciones de la red de transmisión. Ambos estudios resuelven problemas de optimización, es decir, su objetivo es el de minimizar los costos de operación del sistema eléctrico de potencia satisfaciendo un conjunto determinado de restricciones impuestas por la red eléctrica. Cabe mencionar que la elección de las restricciones depende enteramente del tipo de modelo, disponibilidad de datos y límites físicos del sistema de potencia (*límites de tensión, límites de estabilidad, límites físicos, etc.*) [Huneault and Galiana, 1991].

De igual manera, el estudio de Flujos de Potencia Convencionales (FPC) se encuentra inmerso en el estudio de FPO. Este estudio, también conocido como flujos de carga, se refiere a las ecuaciones de la red de transmisión relacionando la carga y la generación

de los nodos. Estas ecuaciones no toman en consideración los límites de la potencia reactiva de los generadores y los límites de las líneas de transmisión. Prácticamente el estudio de FPC da un punto factible de operación pero matemáticamente no es una solución óptima del sistema [Cain et al., 2012].

El estudio de FPO es muy importante en los contextos de operación y planeación de la operación de sistemas eléctricos de potencia, al permitir optimizar la condición de operación del sistema eléctrico con respecto a un criterio que relaciona a la economía, la seguridad o al medio ambiente, respetando al mismo tiempo las restricciones más importantes de operación del sistema. Las funciones objetivo más comunes son la de minimizar las pérdidas de potencia activa y la de minimización del costo de generación de la potencia real incluyendo las pérdidas de la red. Cabe resaltar que en algunos centros de control dicho estudio es resuelto con una frecuencia de cada cinco minutos a lo largo del día [Tinney and Sun, 1987, Cain et al., 2012].

Asimismo, el problema de FPO es complejo en tres aspectos: económico, eléctrico y computacional. Económicamente, puesto que en los mercados eléctricos se requieren varias partes de fijación de precios no lineales. En términos eléctricos es complejo, dado que en dicho problema se incluyen las ecuaciones de flujos de potencia de corriente alterna que son de carácter no lineal, y finalmente se dice que es complejo computacionalmente por el manejo de la no convexidad en la optimización, incluyendo además variables binarias y funciones continuas, haciendo el problema de FPO una cuestión difícil de resolver. De hecho, los programas comerciales de optimización matemática (“*solvers*”) no lineales disponibles, no pueden garantizar un óptimo global, además de que no soportan demasiadas restricciones de la red eléctrica. Concluyendo con que este estudio es un problema de optimización no lineal con funciones objetivo y restricciones no lineales [Cain et al., 2012].

Al ser un problema de programación matemática muy complejo y de grandes dimensiones, desde su primera formulación en 1962 [Carpentier, 1962] se han propuesto diferentes técnicas de solución de acuerdo al tipo de modelo que se emplea para representar al sistema de potencia, las funciones objetivo y las diferentes restricciones que describen el entorno de la red eléctrica. Es decir, con los avances tecnológicos de potentes computadoras y de diferentes algoritmos de solución, se pueden modelar un mayor número de restricciones y así remover las aproximaciones y simplificaciones innecesarias que fueron utilizadas anteriormente para encontrar cierta solución en un tiempo razonable. De esta manera se cuenta actualmente con métodos de solución basados en programación lineal, programación no lineal y programación entera-mixta, los cuales han mostrado recientemente tener mejoras en la velocidad de convergencia [AlRashidi and El-Hawary, 2009, Cain et al., 2012].

Dentro de los métodos que se han propuesto recientemente, un enfoque que ha mostrado resultados muy promisorios es el método de punto interior. Este método ha

mostrado ser significativamente más eficiente en la programación lineal, incluso que las implementaciones del Método Simplex. En cambio, para las extensiones hacia los problemas de carácter no lineal (*Estudios de FPO*), ha resultado exitoso al poder encontrar una solución óptima y tener un mejor manejo en las restricciones de desigualdad que otros métodos. Por esta razón, en el presente trabajo se consideró importante crear un programa de flujos de potencia óptimos de C.A. que use el método de solución de punto interior para optimizar la operación del sistema logrando el costo mínimo de operación [Bedriñana and Castro, 2009].

Cabe mencionar, que desde la primera formulación hace más de 50 años hasta el día de hoy, aun no existe una técnica de solución robusta para resolver un estudio completo de FPO, es decir, un algoritmo que sea confiable, consistente e inmune a los desajustes, y por ende tenga un mayor impacto en el área donde se esté aplicando el estudio. Hoy en día, el reto computacional es lograr encontrar un punto óptimo global con mayor velocidad, es decir, tres o cinco veces más rápido que los existentes solvers; dicha cuestión, podrá cumplirse en alrededor de cinco o diez años [Cain et al., 2012].

1.2 OBJETIVO

Desarrollar un programa de flujos de potencia óptimos de C.A. que use el método de solución de punto interior primal-dual, considerando como función objetivo el costo mínimo de operación y modelos estándar de los componentes principales del sistema que se representan en este tipo de estudio.

1.3 JUSTIFICACIÓN

Actualmente, y aunque este tipo de estudios se ha desarrollado desde los años 60 del siglo pasado, no se cuenta en la actualidad en la Coordinación de Programas de Posgrado en Ingeniería Eléctrica con un programa de computadora de flujos de potencia óptimos. Esta importante herramienta es muy necesaria para realizar estudios de optimización económica de sistemas eléctricos de potencia. Al tener disponible el código del programa, también servirá para el desarrollo futuro de programas de simulación en investigaciones que incluyan modelos más detallados de los componentes del sistema de potencia o restricciones técnicas adicionales como son las ambientales o de estabilidad.

1.4 ANTECEDENTES

Prácticamente la historia de la optimización de los sistemas eléctricos de potencia ha evolucionado gracias a los avances de la tecnología y al surgimiento de nuevas técnicas de optimización, así como a mejoras en los métodos convencionales. Se

puede decir que los primeros estudios de FPO se remontan a los años 50, es decir, los operadores del sector eléctrico de aquella época resolvían la problemática de las redes eléctricas utilizando herramientas primitivas, como analizadores de redes analógicos, e incluso acudían a su juicio, dada la experiencia que tenían en el área. Este concepto era viable en ese entonces, debido a la poca demanda de energía eléctrica y al bajo grado de interconexión de los sistemas eléctricos de potencia, pues el despachar potencia eléctrica de los generadores resultaba en una tarea fácil [Cain et al., 2012].

Con el aumento en la demanda en las tres principales áreas del sector eléctrico (*generación, transmisión y distribución*) así como la complejidad operacional de las redes eléctricas, ha generado que las estrategias para la operación del sistema eléctrico de potencia no sean suficientes basándose únicamente en la experiencia de los operadores. Por tal motivo, se adoptaron nuevas técnicas de solución, y se implementó el uso de asistencia computacional para auxiliar la intuición de la experiencia del operador. Se generó de esta forma la primera formulación de un estudio de FPO, por el francés J. Carpentier en 1962, que inicialmente era un estudio para el problema de despacho económico caracterizado por resolver un problema de optimización no lineal. Posteriormente, en 1968 Dommel y Tinney formalizaron dicho desarrollo denominándolo estudio de FPO [Oñate, 2008, Cain et al., 2012].

Una parte fundamental del estudio de FPO es el problema de FPC. Anteriormente en 1929, se empleaban analizadores de redes analógicos que simulaban un sistema eléctrico de potencia, dando solución a este estudio de FPC. El analizador consistía en una máquina análoga que simulaba el sistema eléctrico de potencia con pocos elementos pero con una alta frecuencia (valores arriba de los 10000 ciclos). De hecho, se utilizaba un método de aproximaciones sucesivas donde todas las variables eran ajustadas en el analizador; una vez realizado esto, los operadores tomaban lecturas de las variables de decisión obteniendo así el estado del sistema eléctrico [Sasson and James, 1967].

En el inicio de la década de los 50's aparecieron las primeras computadoras digitales y estas herramientas auxiliaron a los operadores del sector eléctrico. Dichas computadoras se caracterizaban por su efectividad en el manejo de operaciones aritméticas, así como de la capacidad de recibir una serie de instrucciones para el manejo de las mismas. Realmente, el primer método digital para resolver el problema de FPC apareció durante 1954 [Sasson and James, 1967].

Una importante aportación fue otorgada por Ward and Hale (1956), presentando un método para resolver flujos de potencia mediante computadoras digitales. Esta solución digital podía formar parte del analizador de redes. Su método en ese entonces podía simular una red de alrededor 50 nodos y 200 líneas [Ward and Hale, 1956].

Años más tarde, Sasson and James (1967) presentaron una comparación en términos de convergencia entre diferentes métodos de solución para el problema de flujos de potencia los cuales se agrupan en tres grupos principales: método de matriz de admitancia nodal (*método iterativo de Gauss-Seidel*), método de matriz variante y método de matriz de impedancia nodal. Un análisis posterior, mostró que los métodos iterativos de matriz de admitancia nodal tenían la ventaja de un mínimo almacenamiento computacional; no obstante, tenían problemas de convergencia al tardar demasiadas iteraciones en llegar a la solución. En cambio, los métodos de impedancia nodal manifestaban una mayor rapidez en la convergencia, pero el almacenamiento era insuficiente cuando se analizaban sistemas de gran envergadura [Sasson and James, 1967, Stott, 1974].

Al mismo tiempo, el método de Newton-Raphson, que actualmente ha mostrado un mejor rendimiento en la solución de flujos de carga, apareció en ese entonces, mostrando tener grandes propiedades de convergencia. Sin embargo, no era competitivo en términos computacionales, dado el almacenamiento que tenían las computadoras digitales de aquella época. De hecho, otra importante aportación en los años 60's la dieron Tinney y otros colaboradores, al desarrollar técnicas eficientes de solución y almacenamiento de sistemas de ecuaciones algebraicas dispersos [Stott, 1974].

Como se mencionó en el apartado anterior, el estudio de FPO es una extensión del problema de DE, puesto que se incluyen las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva en la formulación básica. Se dice que este estudio surgió en los años 20's o incluso años antes, cuando operadores del sector eléctrico comenzaban a hacerse cargo del problema de asignación económica de generación, es decir, la manera de despachar apropiadamente las unidades de generación disponibles entre los sectores de carga, pues sus métodos se basaban en la experiencia del operador. A partir de este suceso, en los inicios de la década de los años 30's se recurrieron a varios métodos de solución, los cuales son [Happ, 1977, Cain et al, 2012]:

- **Método de Carga Base.** Dicho método consistía en cargar a su máxima capacidad la unidad de generación más eficiente, consecuentemente se cargaba a su máxima capacidad una segunda unidad de generación, este proceso se realizaba sucesivamente hasta satisfacer la carga demandada.
- **Carga de Punto Base.** En este método las unidades de generación eran cargadas sucesivamente a su nivel más bajo de tasa de calor comenzando con la unidad de generación más eficiente continuando hasta la unidad de generación menos eficiente.
- **Método Incremental.** También llamado método incremental equitativo, ofreció mejores resultados en términos económicos. Este método empleaba una regla de cálculo especialmente desarrollada para el problema de DE, y tomaba alrededor de 8 horas para realizarlo. Posteriormente se redujo el tiempo de cálculo debido a un ingenioso desarrollo por parte de la Compañía "*Edison Consolidated*

System". De esta manera, Kirchmayer estimaba que tomaría 10 minutos de tiempo total de cálculo para despachar un sistema con únicamente 10 generadores.

Históricamente la solución del despacho económico por el método de costo incremental equitativo, es considerada como la precursora de los estudios de OPF. Asimismo se dice que Squires (1961) utilizó técnicas del Lagrangiano clásico para generar las condiciones de optimalidad. Su método determinaba el despacho económico de un sistema de potencia; no obstante, no consideró en su formulación la representación de las pérdidas y las restricciones de magnitud y ángulo de tensión, generando así una aproximación al estudio completo de FPO [Squires, 1961, Cain et al., 2012].

Como ya había mencionado el pionero de la formulación de FPO es Carpentier, quien en 1962 desarrollo el primer problema de minimización de costos de operación de un sistema de potencia, empleando el método del gradiente reducido sujeto a restricciones de igualdad impuestas por las leyes físicas que gobiernan el sistema de transmisión (*ecuaciones de flujos de potencia*), así como de las restricciones de desigualdad correspondientes a los límites térmicos de los equipos y límites de tensiones nodales. Este problema de optimización tenía características de no linealidad al tener una formulación completa de FPO [Peschon et al., 1968].

En 1968, Dommel y Tinney, extendieron la formulación de FPO asegurando que el método de Newton-Raphson para la solución de FPC podía ser aplicado a la solución de FPO, siendo factible respecto a ciertas restricciones de desigualdad. Las principales características de su formulación son el procedimiento del gradiente, el cual realiza una búsqueda del óptimo, y la utilización de las funciones de penalización para el manejo de las restricciones de desigualdad. Básicamente ellos consideraron el minimizar la potencia real y reactiva de generación (*minimizar los costos de operación*) y minimizar el flujo de potencia reactiva (*minimizar las pérdidas del sistema de potencia*) [Dommel and Tinney, 1968].

Huneault y Galiana (1991) realizaron un extenso estudio de las principales publicaciones (*algunas formulaciones son anunciadas en este apartado*) citando alrededor de 163 artículos acerca del campo de FPO en un período de tiempo desde los años 30's hasta inicios de los años 90's, clasificando de manera esquematizada todas las técnicas de optimización empleadas para estos estudios. Además, esa publicación remarca el avance teórico de los métodos de optimización y del modelado de la red eléctrica, concluyendo con que el estudio de FPO es un problema matemático difícil de resolver, y a pesar de que existen diferentes simuladores comerciales, existen problemas de convergencia en problemas mal condicionados [Huneault and Galiana, 1991].

En cuanto al estudio de Flujos de Potencia Óptimos Restringido por Seguridad (FPORS), Alsac y Stott (1974) extendieron el estudio de FPO al incorporar restricciones de contingencia del sistema de transmisión, obteniendo un punto óptimo seguro de operación del sistema en estado estacionario. El método que utilizan es una extensión de la aproximación de Dommel y Tinney, considerando a la potencia reactiva y a las restricciones de tensión en los casos de contingencia [Alsac and Stott, 1987].

Recientemente, ha surgido un nuevo grupo de técnicas de solución inteligentes para el estudio de FPO, dentro de las principales aportaciones se tiene el desarrollo de Khorshandi et al., los cuales presentaron un algoritmo difuso modificado, que simula el comportamiento de una colonia artificial de abejas aplicado al estudio de FPO, contemplando un problema de optimización multi-objetivo entero mixto y además comparando los resultados con los métodos convencionales de dos sistemas de prueba de la IEEE (30 y 118 nodos) [Khorsandhi et al., 2012].

En cambio, Sood (2006) presentó un algoritmo de programación evolutiva eficiente basado en el estudio de flujos de potencia, comparando de igual forma su método con el método convencional gradiente reducido y con herramientas de optimización del programa MATLAB® (Laboratorio de Matrices, por sus siglas en Inglés) con la finalidad de validar su algoritmo en sistemas de potencia desregulados (sistema de 30 nodos) [Sood, 2006].

Osman et al. (2004) presenta una técnica de algoritmo genético para dar solución al problema de FPO. Su metodología consiste en dos partes: la primera básicamente determina la solución factible, sujeta a la convergencia de carga deseada y paralelamente la segunda parte obtiene la solución óptima. No obstante, solo simuló un sistema de 6 nodos, dado el pobre tiempo de simulación mostrado. Sin embargo, anteriormente Lai et al. (1997) habían presentado un algoritmo genético de mejor rendimiento para resolver el estudio de FPO, minimizando el costo del combustible y contemplando estados de operación de contingencia en el sistema IEEE de 30 nodos [Lai et al., 1997, Osman et al., 2004].

Un breve resumen de las principales técnicas inteligentes es presentado por AlRasihi y El-Hawary [AlRashidi and El-Hawary, 2009]. En su artículo se presenta la aplicación de diversas herramientas inteligentes para resolver el problema de FPO, analizando cada una de sus ventajas y desventajas, y en qué modelos de la red son aplicables dichos métodos. Las técnicas que se enuncian son: Programación Evolutiva, Algoritmo Genético, Estrategias Evolutivas, Redes Neuronales, Simulación Recocida, Optimización de Colonia de Hormigas, Teoría de Conjuntos Difusos, Búsqueda Tabú y Optimización por Enjambre de Partículas.

Finalmente, López y Gallego presentaron un algoritmo de FPO por el método del gradiente para la reducción de pérdidas en sistemas de potencia. El algoritmo permite ajustar un conjunto de variables de control con el fin de obtener un punto de operación que minimice las pérdidas de potencia activa [López y Gallego, 2008]. De igual manera, Capitanescu et al. y Bedriñana et al., resaltan las ventajas del método de punto interior, demostrando que es el más eficiente para encontrar una solución óptima en la programación lineal, y algunas aplicaciones de la programación no lineal de los FPO. Sin embargo, los problemas emergentes del mundo real son cada vez más desafiantes, y es por eso que después de más de 50 años de la primera formulación, aún no existe una sola formulación que se adecúe a las diferentes aplicaciones de FPO [Bedriñana and Castro, 2009, Capitanescu et al., 2007].

1.4.1 Antecedentes del Método de Punto Interior

Los orígenes del Método de Punto Interior (MPI) se remontan a los años 50's con la aparición del algoritmo de barrera logarítmica de Frisch (1955). Éste es el primer MPI conocido; esta técnica realizaba la búsqueda de la solución óptima cruzando a través de la región factible, evitando así las complejidades combinatorias con las que lidia el Método Simplex [Frisch, 1955, Glavic and Wehenkel, 2004].

Desafortunadamente en ese entonces, el método propuesto por Frisch carecía de estabilidad numérica en los cálculos, además de que requería demasiado esfuerzo computacional en el proceso iterativo. Estas dificultades, aunadas con algunos resultados experimentales desalentadores, hicieron creer que esa técnica no competiría con el Método Simplex [Momoh, 1996, Glavic and Wehenkel, 2004].

Posteriormente a finales de los años 70's, surgió el primer método elipsoidal de Khachiyan (1979). Éste era un algoritmo de tiempo polinomial para programación lineal. Dicha técnica había sido publicada y aceptada con grandes expectativas; sin embargo, hubo una gran decepción por el método debido a su pobre rendimiento computacional [Khachiyan, 1979, Nash and Sofer, 1996].

Finalmente, en 1984 Karmarkar hizo una importante contribución al campo de la programación lineal. Él propuso un nuevo algoritmo polinomial ("*Métodos de Proyección*") que brindaba gran eficiencia computacional, causando bastante conmoción en la comunidad de optimización debido a la gran velocidad con la que se determinaba la solución óptima, mostrando una ventaja de tiempo en problemas de gran envergadura de 50:1 en comparación con el Método Simplex. La publicación de Karmarkar, condujo a un fuerte interés por parte de investigadores en los MPI. Cabe mencionar, que esta técnica tiene una barrera polinomial que permite obtener un menor tiempo de ejecución a diferencia de los métodos elipsoidales [Karmarkar, 1984, Frauendorfer et. al, 1992, Momoh, 1996].

Entonces en 1985, surgió un nuevo algoritmo de Karmarkar, el cual fue clasificado dentro de los “*Métodos de Barrera*” para la optimización no lineal. Básicamente, estos *Métodos de Barrera* resuelven una secuencia de subproblemas sin restricción que gradualmente se aproximan al problema general al reemplazar un término de penalización por una función continua (llamada término barrera), esta función aproxima al término de penalización al interior de la región factible. Por lo tanto, estos *Métodos de Barrera* generan una serie de iteraciones estrictamente factibles que guían la solución del problema al interior de la región factible [Nash and Sofer, 1996].

Durante los años 60’s, dado que el Método Simplex solo resuelve problemas de programación lineal, los *Métodos de Barrera* fueron estudiados intensamente debido a la poca existencia de algoritmos para programación no lineal. Eventualmente, los *Métodos de Barrera* no cumplieron las expectativas de los investigadores, y fueron considerados demasiado ineficientes para la programación no lineal, dadas diversas dificultades numéricas. No obstante, de estos métodos se recuperó la famosa función de barrera logarítmica, la cual se utiliza hoy en día en los distintos MPI [Momoh, 1996, Nash and Sofer, 1996].

A su vez, en 1986 Gill et al., demostraron una relación formal entre el MPI de Karmarkar y el Método Clásico de la Barrera Logarítmica de Frisch, para que consecuentemente Fiacco and McCormick formalizaran dicho estudio. Este algoritmo ha llegado a ser la base de muchos algoritmos de optimización no lineal para la solución de FPO. [Gill et al., 1986, Fiacco and McCormick, 1990, Mészáros, 1996, Wood et al., 2014]

Es conveniente resaltar que la primera aplicación que se le dió al MPI en los problemas de optimización del sistema de potencia lo hicieron Clements et al., [Clements et al., 1991]. En 1991, él presentó una técnica de punto interior de programación no lineal para resolver problemas de estimación de estado, facilitando en gran manera la detección e identificación de datos erróneos. A pesar de que el desarrollo empleaba la barrera logarítmica para el manejo de las restricciones de desigualdad y el Método Newton para resolver las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker, el método tenía problemas al agregar más variables y más restricciones en el modelo de optimización. Sin embargo, mostraba un menor número de iteraciones cuando se comparaban con otras técnicas de optimización [Momoh et al., 1999].

En los siguientes años, el campo de optimización se ha dedicado principalmente a diseñar nuevas variantes del MPI, con la finalidad de lograr una mayor eficiencia computacional; de hecho, cada publicación relacionada con el MPI comienza con los diferentes métodos derivados en un problema lineal, para posteriormente mostrar el desarrollo en la programación no lineal [Frauendorfer et al., 1992, Glavic and Wehenkel, 2004].

1.4.2 Trabajos Recientes más Relevantes sobre los Estudios de Flujos de Potencia Óptimos

Algunos de los artículos de mayor relevancia en el estudio de FPO se mencionan a continuación:

En [Peschon et al., 1968], se presenta de manera general la primer formulación al estudio de FPO hecha por Carpentier en 1962; dicho artículo hace referencia al problema de optimización no lineal de potencia real que trato Carpentier, donde aplicó las condiciones de Kuhn and Tucker (*conocidas actualmente como Karush-Kuhn-Tucker*) para obtener las derivadas de las ecuaciones de optimización. Además de que asumió como constante la tensión del sistema de transmisión y resolvió el sistema de ecuaciones no lineales con el Método Gauss-Seidel.

En las referencias [Sun et al., 1984], [Tinney and Sun, 1987] y [Acha et al., 2004] se describe una aproximación a la solución del estudio clásico de FPO basándose en una formulación explícita del Método Newton, contemplando las diferentes características que emplea dicho desarrollo, como son: robustez, dispersidad, velocidad de cálculo e inicialización de las variables. Concluyendo que el método es capaz de resolver sistemas de potencia de gran escala, y que al aplicar las técnicas de dispersión simultáneamente se ahorra tiempo de cálculo.

Aunque [Glavic and Wehenkel, 2004] no trata el estudio de FPO, esta importante aportación involucra el desarrollo de los diferentes tipos de Métodos de Punto Interior (MPI) aplicados principalmente a problemas lineales, considerando la inicialización de las variables, criterios de paro, aplicaciones del método e incluso algunos ejemplos.

Un desarrollo detallado del (MPI) aplicado al estudio de FPO es presentado por [Capitanescu et al., 2007] donde aparte de presentar el algoritmo puro primal-dual del MPI, presenta las versiones predictor-corrector y múltiples correcciones de centralidad del mismo, aplicado a diferentes funciones objetivo en diferentes sistemas de prueba. Resaltando a su vez la eficiencia de aplicar este método a este tipo de estudios.

Por otra parte, [Gómez-Expósito et al., 2008] presenta en una sección de su libro el problema de FPO contemplando diferentes elementos en la red eléctrica como el transformador desfasador y un banco de capacitivo. Dicho problema fue resuelto utilizando el programa GAMS (Sistema de Modelado Algebraico General, por sus siglas en inglés) que tiene la capacidad de resolver diferentes problemas de optimización lineal y no lineal. Asimismo, se hace hincapié a la parte de seguridad restringida del estudio de FPO, considerándola aún más compleja que la problemática del estudio original.

Una aplicación de las nuevas técnicas inteligentes fue enunciada por [Oñate, 2008], quien solucionó el problema de FPO con restricciones de seguridad utilizando un optimizador de partículas modificado. Las restricciones que incluye el autor relacionan a la estabilidad transitoria, velocidad de cambio de generación, tiempos mínimos y máximos de apagado de las unidades de generación y perfiles de tensión. La metodología propuesta utiliza operadores de reconstrucción que incrementan el número de soluciones posibles que se encuentran en la región factible mejorando el tiempo de ejecución y la calidad de la solución encontrada.

A su vez en [Frank and Rebennak, 2012] se enuncia la formulación clásica del estudio de FPO, simulando un sistema de prueba de 5 nodos que en este trabajo fue el punto de partida para comparar los resultados del programa desarrollado. De igual manera, dicho trabajo trata diferentes formulaciones dependiendo de la aplicación que se le dé al sistema de potencia. Cabe mencionar, que los autores emplearon el simulador GAMS para obtener los resultados de dicho sistema.

Pero además, en [Schechter and O'Neill, 2013] se describe una métrica basada en la norma relativa para verificar las soluciones que no son factibles, generando combinaciones convexas de puntos factibles y determinando que tan lejos se encuentran determinados puntos de la región factible. También se determina el rango de valores que pueden tomar la solución optimizada, dada una pequeña perturbación de la solución global.

En [Huneault and Galiana, 1991] y [Cain et al., 2012], se hacen importantes reseñas de las principales aportaciones del estudio de FPO, desde sus orígenes hasta la publicación de los mismos, empezando prácticamente de la formulación de Carpentier en 1962. De hecho en la segunda referencia, se dice que se consultaron alrededor de 300 publicaciones pero solo enunciaron 163 artículos los cuales fueron registrados oficialmente.

Recientemente [Wood et al., 2014] abarca una sección completa para hablar del estudio de FPO, donde expone la relación que existe entre este estudio y el estudio de DE, además de que se exponen diferentes ejemplos desarrollados para un estudio de FPO sin restricciones de línea y un estudio de Flujos de Potencia Óptimos en Corriente Directa (FPOCD). De igual manera se hace énfasis al estudio de Seguridad Restringida previniendo las violaciones de parámetros en las condiciones de post contingencia. De acuerdo a los métodos de solución, se exponen las técnicas de Newton y Punto Interior.

1.4.3 Trabajos Desarrollados en la ESIME-Zacatenco

En la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de ESIME-Zacatenco aún no se ha desarrollado como tal un trabajo enfocado exclusivamente al estudio de Flujos de

Potencia Óptimos. No obstante, solo dos trabajos relacionados a este estudio se han realizado en la ESIME-Zacatenco a nivel licenciatura. Estos trabajos son los siguientes:

En [Caro, 2013] se detalla la manera en que se puede realizar un estudio de FPO en el simulador comercial PSS®E 32, resaltando el Método de solución de Newton que emplea este software. En este trabajo se realiza la minimización de costos de producción de las unidades generadoras de tres sistemas eléctricos de potencia de pequeña escala comprobando la solución de diferentes publicaciones.

Otra aportación a la solución del estudio de FPO fue realizada en [López, 2015], donde se propuso resolver la formulación clásica de FPO utilizando una herramienta de optimización del programa MATLAB® (*Matrix Laboratory*) conocida como "FMINCON", aplicándolo a un pequeño sistema de prueba de 5 nodos, obteniendo resultados aceptables en tiempo de ejecución y valores óptimos.

1.5 LIMITACIONES Y ALCANCES

El presente trabajo consiste del desarrollo inicial de programa de flujos de potencia óptimos por medio del método de punto interior, empleando los modelos estándar de los componentes del sistema. Este programa será aplicado a sistemas de potencia de prueba, por tener disponibles los datos de este tipo de sistemas. De igual manera, se hace énfasis al hecho que no se realizará ninguna comprobación experimental del programa, pero se validará con los resultados de programas comerciales que se tienen disponibles en la Coordinación de Programas de Posgrado en Ingeniería Eléctrica.

1.6 APORTACIONES DE LA TESIS

Las aportaciones principales de la tesis son:

- La descripción de los conceptos básicos del estudio de flujos de potencia óptimos en general.
- La descripción detallada del método de punto interior primal-dual y su aplicación al estudio de flujos de potencia óptimos.
- La presentación de los conceptos principales relacionados con el estudio de flujos de potencia óptimos relacionados con el modelado de los elementos principales del sistema eléctrico de potencia, el planteamiento del modelo de optimización matemática y su solución, incluyendo aspectos importantes como son el método de inicialización del problema, la representación y manejo de las diferentes restricciones consideradas, y sobre todo los criterios de paro que se necesitan para identificar que el programa ha encontrado una solución óptima.

- En este trabajo de tesis se desarrollaron tres programas de computadora digital para verificar la aplicación del método de punto interior primal-dual en el estudio de flujos de potencia óptimos:
 - Un programa en lenguaje MATLAB® empleando una subrutina simbólica para el cálculo de las matrices Jacobianas y Hessiana del modelo.
 - Un programa en lenguaje MATLAB® que calcula las diferentes matrices del modelo del sistema en forma analítica.
 - Un programa en lenguaje FORTRAN 90 que calcula las diferentes matrices del modelo del sistema en forma analítica.
- Se presenta la utilización de funciones con variables simbólicas para la formación y evaluación de arreglos simbólicos con base al algoritmo del Método de Punto Interior Primal-Dual.
- Los resultados y el desempeño de los tres programas desarrollados en el presente trabajo se compararon con programas de simulación comerciales y de software libre muy reconocidos en la comunidad profesional y académica, obteniendo resultados excelentes, en lo que se refiere a la exactitud de la solución, y comparables en cuanto a la rapidez de la solución, aún y cuando los programas de este trabajo no consideran la aplicación de técnicas de solución y almacenamiento de sistemas de ecuaciones algebraicas dispersas.

1.7 ESTRUCTURA DE LA TESIS

La estructura de este trabajo es la siguiente:

En el Capítulo 1 se definen el planteamiento del problema, los antecedentes, el objetivo de este trabajo y sus limitaciones y alcances. Además presenta la justificación y aportaciones de la tesis.

El Capítulo 2 presenta una descripción del método de flujos de potencia óptimos y de las diferentes maneras en la que se ha propuesto este importante problema.

El Capítulo 3 describe en detalle los métodos de punto interior y en particular el método implementado en el presente trabajo para resolver el problema de flujos de potencia óptimos, incluyendo la definición de los problemas primal y dual, la elección de los valores iniciales y otros factores importantes.

El Capítulo 4 muestra la estructura principal de los tres programas de flujos de potencia óptimos por el método del punto interior primal-dual desarrollados en el presente trabajo. Los dos primeros fueron desarrollados en lenguaje MATLAB® 2014 y el tercero en lenguaje FORTRAN 90.

La validación de los programas de simulación digital desarrollados en este trabajo con diferentes sistemas de potencia de prueba reportados en la literatura se presenta en el Capítulo 5. Se comparan los resultados de los tres programas desarrollados entre sí y con programas de simulación digital comerciales y de software libre que están disponibles en la SEPI-ESIME-Zacatenco.

En el Capítulo 6 se detallan las conclusiones del presente trabajo y sugerencias para posibles trabajos futuros que mejoren el desempeño y los resultados de los programas desarrollados en esta tesis.

CAPÍTULO 2:

EL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS

2.1 INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS

Una de las cuestiones más importantes en la operación y planeación del sistema eléctrico de potencia (SEP) es el estudio de Flujos de Potencia Óptimos (FPO), esto debido a que en las últimas décadas dicho problema ha tomado relevancia debido a su habilidad para encontrar soluciones óptimas considerando la seguridad del sistema [IEEE, 1996].

Inicialmente el problema de FPO fue definido en los años 60's como una extensión del problema del Despacho Económico (DE) para poder determinar los ajustes óptimos de determinadas variables de control en una red de potencia respecto a determinadas restricciones. Dicho problema acopla el cálculo del DE aunado con el estudio de Flujos de Potencia Convencionales (FPC), es decir, ambos problemas son resueltos simultáneamente. Esto debido, a que el cálculo del DE no contempla el efecto que tiene el despacho de la generación con la carga en las líneas de transmisión y las tensiones nodales [El-Hawary, 1996, Khorsandhi et al., 2012].

El principal objetivo del estudio de FPO es determinar los ajustes óptimos de un conjunto de variables de control de un sistema de potencia, con la finalidad de minimizar o maximizar una función objetivo mientras se satisfacen un conjunto de restricciones de igualdad y desigualdad, las cuales corresponden a las características físicas, de operación y seguridad de una determinada red eléctrica, garantizando así la factibilidad, confiabilidad y seguridad del sistema [Papalexopoulos, 1996, Momoh et al., 1999, Mohapatra et al., 2012].

Los estándares de calidad antes mencionados son considerados para la correcta operación del sistema de potencia. Por ejemplo, la seguridad relaciona principalmente los aspectos que amenazan la vida de las personas involucradas en la operación de la energía eléctrica, así como la baja probabilidad de apagones o daño al equipo eléctrico. Por otra parte, el estándar de confiabilidad determina el tiempo total por año en el cual el usuario se encuentra sin energía eléctrica [Stott et al., 1987, Frauendorfer et al., 1992].

2.2 EL PROBLEMA DE LOS FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS

En general, el estudio de FPO es un problema de optimización no lineal, no convexo, estático restringido y de gran envergadura, debido a que se requiere resolver un conjunto de restricciones de carácter no lineal describiendo la operación óptima y segura del sistema de potencia. De hecho, se dice que el problema es de gran envergadura, dado que la dimensión del problema de FPO es tan grande o incluso mayor a un problema de FPC puesto a que en la solución del estudio de FPO radica la solución de las ecuaciones de flujos de potencia de la red. En general, un gran número de controles hacen que el problema de FPO sea complicado, no obstante, el verdadero grado de complejidad en este tipo de problemas radica en el algoritmo [Tinney and Sun, 1987].

El problema de FPO puede ser caracterizado por tres partes principales: la función objetivo, los controles y las restricciones. La formulación matemática en general es la siguiente [Papalexopoulos, 1996]:

Optimizar la función objetivo escalar

$$f(u, x) \tag{2.1}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} g(u, x) &= 0 \\ h(u, x) &\geq 0 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Donde:

$f(u, x)$: Función objetivo a optimizar.

$g(u, x)$: Es el conjunto de restricciones de igualdad no lineales de un vector de argumentos x y u .

$h(u, x)$: Es el conjunto de restricciones de desigualdad no lineales de un vector de argumentos x y u .

x : Contiene un vector de variables de estado (dependientes).

u : Contiene un vector de variables de control (independientes).

Dado que el problema de FPO es de carácter no convexo puede existir más de una solución (óptimo local), haciendo que la búsqueda del óptimo global sea una tarea compleja o incluso imposible de localizar [Andréasson et al., 2007]. Sin embargo, aun cuando un problema es matemáticamente no convexo, algunas veces es posible determinar el óptimo global. [Tinney and Sun, 1987]. En comparación con los problemas convexos, el encontrar el óptimo de la solución resulta de manera más sencilla, asegurando que el punto mínimo o máximo encontrado es el punto óptimo global de la región factible [Andréasson et al., 2007].

Anteriormente se decía que los algoritmos de FPO proporcionaban diferentes soluciones, es decir, dado determinado punto de partida se obtenía cierta solución y a su vez, con otro punto de partida se obtenía una solución diferente a la anterior, y curiosamente se creía que ambas eran correctas. Por supuesto, hoy en día esas afirmaciones son incorrectas, ya que el problema radicaba en el pobre rendimiento de los algoritmos y el manejo de la memoria computacional [Tinney and Sun, 1987].

Realmente, si un problema no tiene una solución única, se deben de hacer los ajustes necesarios al algoritmo para asegurar que dicho óptimo sea el único, puesto que podría pensarse que un óptimo es tan bueno como el otro si la evaluación de la función objetivo resulta en valores similares, dicho de otra manera, el conjunto de las variables de control mantienen diferentes ajustes aproximando el valor de la función objetivo. Empero, operacionalmente el hecho de ajustar las variables de control en tiempo real con diferentes valores al término de cada estudio resulta inviable. Aun cuando se realizan estudios de planeación, la comparación de cada caso resulta sin sentido si la solución del problema no es única [Tinney and Sun, 1987].

2.2.1 Relación de un Estudio de Flujos de Potencia Óptimo y un Estudio de Flujos de Potencia Convencionales

Particularmente, un problema de FPO puede ser visto como un problema de (FPC), dado que el problema de FPO muchas veces es resuelto por aproximaciones de prueba y error hasta que la solución es obtenida y satisface todo los criterios estipulados. Adicionalmente, un programa de FPO puede ser considerado como un programa de FPC con un lazo externo inteligente que automáticamente realiza las aproximaciones de prueba y error hasta que se haya encontrado una solución aceptable para el sistema de potencia. De hecho, el grado de dificultad es mayor en el intento de obtener la solución con algún programa de FPO, dadas las características de no convexidad, no linealidad y gran envergadura que relacionan a las redes eléctricas [Tinney and Sun, 1987].

Idealmente se dice que cualquier problema de FPC debe ser formulado y resuelto como un problema de FPO. A pesar de esto, un problema de FPC no tiene como tal una función objetivo explícita pero implícitamente contiene una, la cual es la minimización de pérdidas de potencia activa que equivale a la minimización de la potencia suministrada por el generador de compensación (*slack*), esto representa una mejor operación del sistema eléctrico de potencia. Por consiguiente, aun cuando en el problema de FPC no pueden ajustarse los controles que están inmersos en la red eléctrica, cada problema de FPC puede considerarse como un tipo de problema de FPO, no obstante, dado que las pérdidas de potencia activa son aproximadamente minimizadas, la solución de un problema de FPC no es realmente óptima [Tinney and Sun, 1987].

Aunado, una importante diferencia entre los programas de ambos problemas es básicamente el manejo de las restricciones de desigualdad, un programa de FPC tiene solamente un conjunto limitado de restricciones de desigualdad que se cumplen directamente (límites de los generadores), por otra parte los límites relacionados a tensiones nodales y flujos en las líneas de transmisión pueden cumplirse con aproximaciones de prueba y error donde se reajustan los diferentes controles para cada caso hasta que la solución factible se cumpla [Tinney and Sun, 1987].

2.2.2 Formulación Clásica de un Estudio de Flujos de Potencia Óptimo

De esta manera, se puede hacer énfasis a la formulación clásica de los FPO, donde el sistema de potencia es modelado como un conjunto de nodos (\mathbf{N}), conectados a determinado número de líneas o ramas (\mathbf{L}). Los generadores de control son localizados como un subconjunto del sistema de nodos (\mathbf{G}). La función objetivo de dicha formulación busca minimizar el costo de operación de potencia real, donde los costos de operación de cada generador generalmente es una función del tipo cuadrática de la potencia real de salida. La formulación clásica se describe como [Frank and Rebennak, 2012]:

$$\min \sum_{i \in G} C_i(P_i^G), \quad (2.3)$$

$$\text{s.a. } P_i(V, \delta) = P_i^G - P_i^L \quad \forall i \in N, \quad (2.4)$$

$$Q_i(V, \delta) = Q_i^G - Q_i^L \quad \forall i \in N, \quad (2.5)$$

$$P_i^{G, \min} \leq P_i^G \leq P_i^{G, \max} \quad \forall i \in G, \quad (2.6)$$

$$Q_i^{G, \min} \leq Q_i^G \leq Q_i^{G, \max} \quad \forall i \in G, \quad (2.7)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad \forall i \in N, \quad (2.8)$$

$$\delta_i^{\min} \leq \delta_i \leq \delta_i^{\max} \quad \forall i \in N, \quad (2.9)$$

Donde los términos de las restricciones $P_i(V, \delta)$ y $Q_i(V, \delta)$, corresponden a las ecuaciones características de los flujos de potencia de Corriente Alterna (C.A.) ya sea en forma polar o en forma rectangular. Los superíndices **min** y **max** en las ecuaciones representan respectivamente los límites inferiores y superiores de la restricción. Por otra parte, las ecuaciones mencionas anteriormente de flujos de potencia, son expresadas de la siguiente manera [Frank and Rebennak, 2012]:

$$P_i(V, \delta) = V_i \sum_{k=1}^N V_k (G_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k) + B_{ik} \sin(\delta_i - \delta_k)) \quad (2.10)$$

$$Q_i(V, \delta) = V_i \sum_{k=1}^N V_k (G_{ik} \sin(\delta_i - \delta_k) - B_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k)) \quad (2.11)$$

$$P_i(V, \delta) = V_i \sum_{k=1}^N V_k Y_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (2.12)$$

$$Q_i(V, \delta) = V_i \sum_{k=1}^N V_k Y_{ik} \text{sen}(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (2.13)$$

Donde las expresiones:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_i &= V_i \angle \delta_i, & \text{Es la forma polar de la tensión.} \\ \tilde{Y}_{ik} &= G_{ik} + jB_{ik}, & \text{Es la admitancia en coordenadas rectangulares.} \\ \tilde{Y}_{ik} &= Y_{ik} \angle \theta_{ik}, & \text{Es la admitancia en coordenadas polares.} \end{aligned}$$

Desde una perspectiva de FPO, en realidad existe poca diferencia entre la selección entre las ecuaciones en su forma polar o rectangular para la matriz de admitancia. Las coordenadas rectangulares son más comúnmente utilizadas en métodos de solución de desacoplado rápido, estas facilitan el uso de aproximaciones más exactas para resolver FPC [Frank and Rebennak, 2012].

Asimismo, dichas aproximaciones pueden ser utilizadas en el desarrollo de ecuaciones de Flujos de Potencia de Corriente Directa (FPCD). Pero además, facilitan la inclusión de los parámetros del transformador como la relación del voltaje y ángulo de fase como variables de decisión. Sin embargo, ninguna de estas ventajas afecta en realidad las ecuaciones de flujos de potencia modeladas como restricciones en la formulación de los FPO [Zhu, 2015, Frank and Rebennak, 2012].

2.3 CARÁCTERÍSTICAS DEL PROBLEMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS

En general, el estudio de FPO puede ser definido al especificar cada uno de los atributos de dicho problema, en la formulación común, no se incluyen restricciones prácticas sobre alguno de ellos, sin embargo, en casos de formulaciones o aplicaciones especiales, dichos atributos pueden contener diferentes tipos de restricciones que se adicionan a uno o a todos los atributos del problema. Dichas características son las siguientes [Oñate, 2008, Tinney and Sun, 1987]:

- Función Objetivo
- Variables de decisión
 - Variables de Control
 - Variables de Estado
- Restricciones de Igualdad
- Restricciones de Desigualdad

2.3.1 Función Objetivo

La función objetivo es una parte importante en la formulación de los FPO, debido a que es necesaria para el proceso de optimización matemático otorgando además el resultado de la solución óptima del problema. En cualquier formulación, la función objetivo representa un criterio o índice de desempeño utilizado para optimizar, en este tipo de estudios, la selección de dicha función resulta de un análisis cuidadoso de la seguridad y economía del sistema eléctrico de potencia [Frauendorfer et al., 1992].

Actualmente existen numerosos tipos de funciones objetivo, ya sea para minimizar o maximizar determinada cuestión, la más común enunciada en la literatura (proveniente de la formulación de [Carpentier, 1962]), consta en minimizar el costo de generación de energía eléctrica, donde los costos de las unidades de generación térmica son generalmente representados por una función de segundo orden (no lineal) [Acha et al., 2004].

$$F_T = \sum_{i=1}^{n_g} F_i(P_i^G) \quad (2.14)$$

Donde:

F_i : Es el costo de combustible de la unidad i .

P_i^G : Es la potencia activa generada por la unidad i .

n_g : Es el número de generadores en el sistema, incluyendo el generador slack.

La formulación de la función objetivo como costos de generación de unidades térmicas, puede desglosarse específicamente de la siguiente manera [Zhu, 2015]:

$$F_i(P_i^G) = a_i + b_i * (P_i^G) + c_i * (P_i^G)^2 \quad (2.15)$$

Donde los términos $a_i, b_i, y c_i$ son los coeficientes de costos de la unidad i . La constante c_i equivale al consumo de combustible de la operación de la unidad generadora sin potencia de salida (Ver Figura 2.1). Las unidades de esta curva de costo de operación está en función de unidades térmicas británicas (Btu) por cada hora (h) de entrada de calor a la unidad ($MBtu/h$). Estas unidades se convierten en dólares por hora ($\$/h$) al multiplicar la entrada de combustible por el costo de combustible. La salida de la unidad generadora es la potencia neta en (MW) [Stevenson, 1996, Zhu, 2015].

2.3.1.1 Características de las Curvas de Entrada-Salida de las Unidades Térmicas

Las curvas de entrada-salida de las unidades térmicas se conocen también como función de costo de operación o función de consumo de combustible de la unidad generadora. Generalmente los parámetros de las curvas de entrada-salida de una unidad generadora se puede determinar por las siguientes aproximaciones [Zhu, 2015]:

- Pruebas experimentales de la eficiencia de la unidad generadora.
- Datos históricos de la operación de la unidad generadora.
- Datos de diseño de la unidad generadora proporcionada por el fabricante.

El conjunto o sistema de la unidad térmica consiste en básicamente en tres elementos, la caldera, la turbina de vapor y el generador de energía eléctrica. De hecho, la entrada de la caldera es combustible y salida de la misma es el volumen de vapor, a esta relación de entrada-salida se representa como una curva convexa. De manera análoga, la relación entre la entrada de la cantidad de vapor a la turbina y la salida de potencia eléctrica es representada por una curva convexa. La característica completa de entrada salida de una unidad generadora puede ser obtenida como la combinación de ambas curvas convexas correspondientes a las relaciones caldera-turbina y turbina-generador como se muestra en la Figura 2.1.

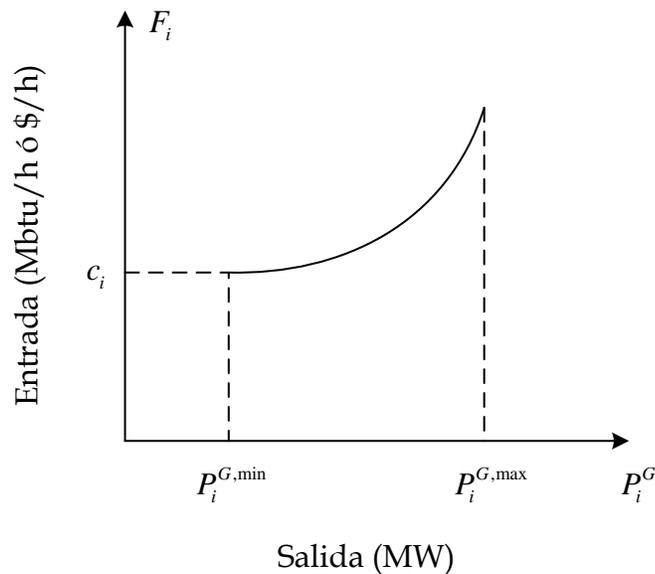


Figura 2.1. Curva de entrada-salida característica de una unidad generadora 'i' (Adaptado de [Zhu, 2015]).

De la Figura 2.1 se observa que la potencia de salida de la unidad generadora está limitada por límites inferiores y superiores, dada la capacidad máxima y mínima de la unidad generadora. El límite de potencia mínima de una unidad generadora es

determinada por las condiciones técnicas y otros factores de la caldera y turbina, mientras que el límite de potencia máximo por el diseño o capacidad nominal de la caldera, turbina o generador. Dichos límites se representan como restricciones acotadas [Zhu, 2015]:

$$P_i^{G,\min} \leq P_i^G \leq P_i^{G,\max} \quad (2.16)$$

2.3.1.2 Tipos de Función Objetivo

Hoy en día, las diferentes funciones objetivo utilizadas en los estudios de FPO pueden ser principalmente clasificados en dos principales categorías, los tradicionales y los emergentes. Esta última clasificación ha surgido como resultado de la reestructuración de la industria eléctrica. En resumen, la Figura 2.2, muestra las diferentes funciones objetivos más comúnmente empleadas en los estudios de FPO [AlRashidi and El-Hawary, 2009].

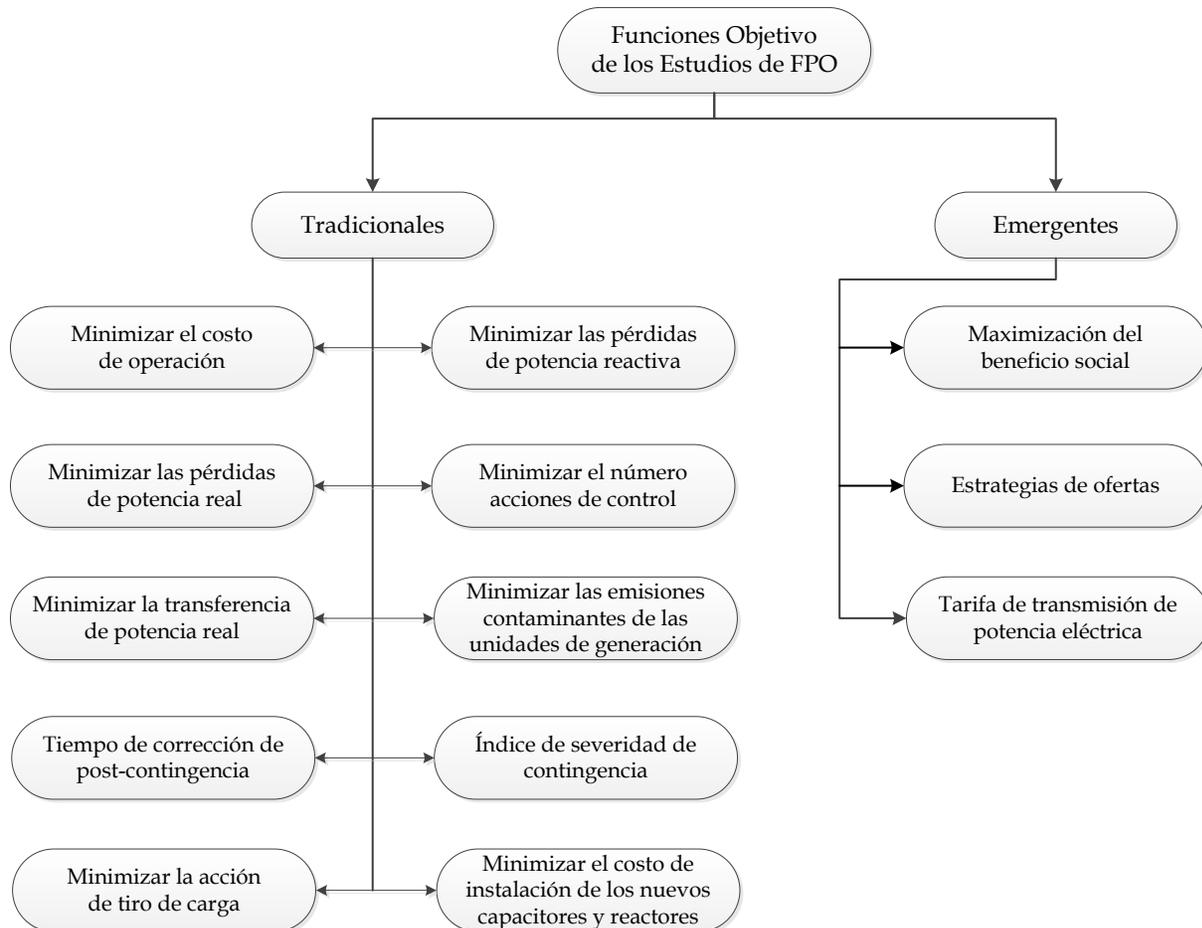


Figura 2.2 Funciones objetivos comúnmente usadas en los estudios de FPO (Adaptado de [AlRashidi and El-Hawary, 2009]).

Otra cuestión característica de la función objetivo en el estudio de los FPO es que se pueden clasificar en funciones separables y no separables. Se dice que una función

separable es aquella que puede expresarse como la suma de funciones individuales de cada variable de control. En cambio, las funciones no separables, son aquellas que únicamente expresan una sola variable de control dentro de la función objetivo, matemáticamente, se dice que una función es no separable si la matriz Hessiana de la función Lagrangiana del problema contiene términos distintos de cero fuera de la diagonal. Teóricamente, la mayoría de las formulaciones contienen funciones objetivo del tipo no separable, no obstante, esos tipos de problemas son más complejos de resolver. Por otra parte, en las funciones separables se encuentra con mayor facilidad la solución óptima, aunado que existe una obtención de resultados lo suficiente rápida para poder ser utilizado en ciertas aplicaciones en tiempo real. [Tinney and Sun, 1987].

Algunas funciones objetivo que son consideradas en diferentes publicaciones de FPO son las siguientes, describiendo de manera breve en qué consisten:

- **Minimización del Costo de Operación:** Esta función objetivo es de las más comunes, incluso se enuncia en la formulación básica de FPO. Básicamente consiste en contemplar el precio total de la suma de los costos de las unidades generadoras térmicas aunado con posibles costos de transacciones controladas, es decir, contempla el costo del combustible, mantenimiento, suministros, entre otros. El factor más crítico en la minimización de los costos es el modelado de las curvas de costos (entrada-salida), que aunque no tienen un impacto sobresaliente en las condiciones de optimalidad, está íntimamente ligado por el método de solución utilizado. Las curvas de costo de unidades térmicas e hidroeléctricas son generalmente aproximadas a segmentos cuadráticos o lineales (a trozos) [Stott et al., 1987, Papalexopoulos, 1996]. La formulación clásica se describió anteriormente con base a [Frank and Rebennak, 2012].
- **Minimización de las Pérdidas de Transmisión de Potencia Activa:** Esta función está relacionada con el control de potencia reactiva, puesto que se busca reducir el flujo de los VAR's y mantener perfiles de tensión entre los márgenes permitidos, reduciendo así las pérdidas totales del sistema de potencia. Existen diferentes maneras de expresión de esta función objetivo, no obstante, prácticamente son equivalentes puesto que se respeta el concepto del nodo de compensación, es decir, minimizar la potencia activa de este nodo es equivalente a minimizar las pérdidas totales del sistema de potencia. De hecho, si solo una parte del sistema interconectado es optimizado, el estudio de FPO puede reducir las pérdidas de potencia en dicha área de interés a expensas de las áreas restantes del sistema [Frank and Rebennak, 2012].

Cabe resaltar que en el modelo de optimización de esta formulación se omiten las restricciones de generación de la potencia activa. Una función objetivo que es similar a este criterio y de hecho es potencialmente competitivo es minimizar las

pérdidas por potencia reactiva. La formulación pertinente a esta función se resume en [Stott et al., 1987, Frank and Rebennak, 2012].

- **Optimización de la Seguridad de la Potencia Activa/Reactiva:** El objetivo de esta función objetivo es reprogramar los controles de potencia activa/reactiva para que la cantidad mínima de controles mitigue todas las violaciones en la restricción. Esta función objetivo parece ser simple, sin embargo, dados los diferentes tipos de controles, hacen que se requiera extremo cuidado en seleccionar los factores de ponderación de la curva de costos, los cuales dependen de las condiciones de operación y del tipo y localización de las violaciones del sistema de potencia [Stott et al., 1987, Papalexopoulos, 1996].
- **Minimización de las Emisiones de SO₂ (Dióxido de Azufre):** Este tipo de cuestiones consiste en minimizar las emisiones de contaminantes de las plantas de combustible. En tales casos la función objetivo representa la relación de emisiones de contaminantes de SO₂, las cuales son expresadas como funciones cuadráticas separables de la potencia real de cada unidad generadora. Más específicamente, la misma curva de costo utilizada para calcular los costos de generación es utilizada de la misma manera con el cambio en las constantes de cada unidad térmica [Shahidehpour and Ramesh, 1996, Nadira and Cook, 1996].
- **Maximización de la Capacidad de Transferencia:** La máxima capacidad de transferencia consiste en que tanta potencia activa (MW) pueden ser transferidos entre diferentes partes del sistema de potencia. Durante este análisis todas las restricciones de seguridad y restricciones de reserva son incluidas. Probablemente las restricciones de post-contingencia también pueden ser consideradas durante el análisis [Ramanathan, 1996].
- **Problema de Planeación de Potencia Reactiva:** Un costo del equipo terminal es el problema de planeación VAR, el cual incluye el costo del inductor y la colocación del banco de capacitores, prácticamente es la minimización de la inversión o costo de instalación sujeta a restricciones de inversión u operación. Este problema extiende la función del flujo de potencia reactivo óptimo a la asignación óptima de nuevas fuentes de potencias reactivas, tales como bancos de capacitores. El modelado de la función objetivo es una aproximación lineal de dólares en contra de las magnitudes de VAR en derivación. El conjunto de restricciones pueden ser típicamente de carácter lineal, además de no lineales e incluso enteras mixtas, dichas funciones pueden describir la potencia real y reactiva, tensión, flujos en la líneas y taps de los transformadores. La función objetivo se describe en [Momoh, 1996].

2.3.2 Variables de Decisión

En términos generales, una variable de decisión se puede definir como aquel conjunto de variables cuya magnitud se requiere determinar y están directamente ligadas a las decisiones de determinado problema, estas a su vez lograrán determinar la función objetivo que se persigue. En un estudio de FPO estas variables determinan los valores de aquellos ajustes que se le deberán hacer al sistema eléctrico de potencia para garantizar factores como seguridad, confiabilidad y factibilidad tomando en cuenta las restricciones dadas por la red eléctrica. El estado del sistema eléctrico de potencia es completamente determinado por valores de estas variables. Dichas variables se pueden clasificar como variables de control, también conocidas como variables de decisión independientes y variables de estado, denominadas también como variables de decisión dependientes. Cabe mencionar que aunado a la obtención de este conjunto de variables ajustadas, se deben especificar los datos de la topología de red una vez que se realizando el estudio de FPO [Acha et al., 2004].

2.3.2.1 Variables de Control

Un principal obstáculo en el problema de FPO es la naturaleza de las variables de control, dependiendo de los valores que puedan tomar la mayoría de estas variables son continuas dentro de los límites operativos, como la potencia real y reactiva generada o las tensiones nodales, por otra parte, aunque se expresan en un número reducido, las variables discretas hacen que el problema de optimización sea no convexo, complicando así la obtención de la solución, estas variables se denotan como la posición del *tap* de un transformador e inyecciones de potencia reactiva debido a bancos de capacitores de compensación [AlRashidi and El-Hawary, 2009].

Las variables de control en un problema de FPO son cantidades cuyos valores pueden ser ajustados directamente con el fin de encontrar la solución óptima y satisfacer las restricciones de la red eléctrica. En la operación y control de un sistema eléctrico de potencia, las variables de control pueden incluir [Oñate, 2008]:

- La potencia activa asignada a las unidades de generación.
- La potencia reactiva asignada a las unidades de generación.
- Magnitud de tensión de los nodos de generación.
- Posición del *tap* de los transformadores.
- Ángulo de los transformadores desfasadores.
- Potencia reactiva de los condensadores síncronos.
- Potencia reactiva de un compensador de reactivos.
- Magnitud de la interrupción de carga.
- Parámetros de control de los dispositivos FACTS (Sistema de Transmisión Flexible de Corriente Alterna).

2.3.2.2 Variables de Estado

Todas aquellas variables en el problema de FPO que no son controles son clasificadas como variables dependientes, dichas variables se calculan a partir de las variables de control. Las principales variables de estado son [Oñate, 2008]:

- La potencia del nodo slack.
- Magnitud de tensión en los nodos de carga.
- Potencia reactiva asignada a los generadores.
- Ángulo de fase de todos los nodos (excepto el slack).
- Flujo de potencia en la red de transmisión.

2.3.3 Restricciones de Igualdad

Básicamente, en un estudio de FPO, este conjunto de restricciones está dado por las ecuaciones de balance de carga, es decir, aquellas que se obtienen al imponer una restricción de balance de potencia activa y reactiva en todos los nodos del sistema. De acuerdo a los conceptos de despacho económico con pérdidas, en un punto de operación en estado estable la potencia generada debe satisfacer suficientemente la carga demandada así como las pérdidas generadas por el sistema eléctrico de potencia. De igual forma, las características del problema de FPC determinan en gran parte las peculiaridades del problema de FPO. Es decir, el sistema de ecuaciones resultante es generalmente de gran tamaño y disperso dada la interconexión de los nodos del sistema eléctrico de potencia [Oñate, 2008, Dommel and Tinney, 1968].

Dichas ecuaciones de igualdad deben de ser cumplidas, incondicionalmente, si existe una solución factible, de lo contrario, si estas restricciones no se cumple, se dice que el problema de FPO no es factible, por lo que se buscan acciones especiales para lidiar con la problemática, como el relajar algunas restricciones de la red eléctrica o incluso realizar alguna linealización en las mismas. Por consiguiente, no solo las ecuaciones de flujos de potencia pueden representarse como restricciones de igualdad, si no que otros parámetros pueden ser representados, por ejemplo, las cantidades de intercambio de potencia programada entre diferentes áreas de la red eléctrica u otra cantidad que relaciona la conexión de equipo especial [Tinney and Sun, 1987].

Las ecuaciones (2.4) y (2.5) descritas en el modelo clásico de un estudio de FPO, representan el lazo que existe entre las variables de control y las variables de estado, aquí se encuentran inmersas las ecuaciones de flujos de potencia, que proporcionan el balance de potencia que debe de existir en un determinado nodo de la red durante la operación en estado estable [Acha et al., 2004].

En la Figura 2.3 se muestra un nodo genérico que incluye generación, carga, y líneas de transmisión, donde los símbolos P_i^G y Q_i^G , son la potencia activa y reactiva de

generación programada para el i -ésimo generador, respectivamente. Los términos P_i^L y Q_i^L , son la potencia activa y reactiva de la carga conectada en el i -ésimo nodo respectivamente, y finalmente $P_i(V, \delta)$ y $Q_i(V, \delta)$ son la potencia activa y reactiva respectivamente inyectada en el i -ésimo nodo, las cuales corresponden a las ecuaciones de FPC. Cabe hacer énfasis que todas estas restricciones de igualdad son de carácter no lineal [Oñate, 2008].

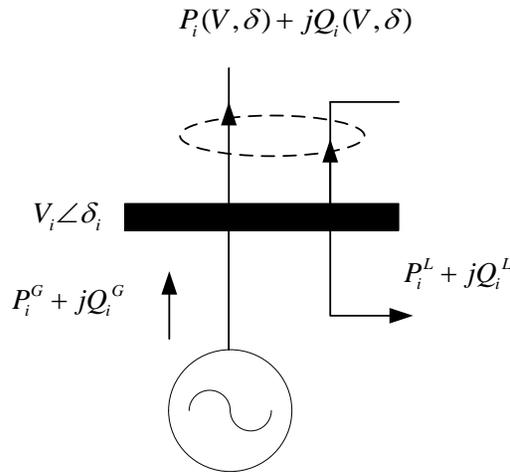


Figura 2.3 Nodo genérico de un sistema eléctrico de potencia (Adaptado de [Oñate, 2008]).

2.3.4 Restricciones de Desigualdad

En este conjunto de restricciones son considerados los límites que deben de satisfacer las variables de control y de estado. En el problema de FPO se incluyen todas las funciones y variables ligadas al estudio, por lo tanto estas restricciones reflejan los límites operativos impuestos a los dispositivos y al sistema eléctrico de potencia. Específicamente las restricciones de las variables de control representan los límites de las condiciones de operación de un equipo utilizado para despachar potencia eléctrica. Las restricciones funcionales que se enuncian en (2.6)-(2.9) correspondientes a ecuaciones del modelo clásico, resultan de las aplicaciones de límites sobre las variables de control, estas restricciones son normalmente relajadas bajo condiciones de emergencia, con la finalidad de obtener un punto óptimo parcial pero que aún satisface las restricciones de desigualdad. Asimismo, al igual que las restricciones de igualdad, todas las variables de límites superiores e inferiores deben de cumplirse en la solución óptima [Acha et al., 2004].

Cabe resaltar, que el número de restricciones de desigualdad tienen un impacto significativo en los algoritmos de FPO, por las siguientes razones [Tinney and Sun, 1987]:

- Los valores obtenidos a lo largo de la solución tienen que ser verificados periódicamente por los límites restrictivos, haciendo este procedimiento algo gravoso.
- Por consiguiente, un conjunto de restricciones de desigualdad denominadas activas (aquellas que en el modelo de optimización son transformadas en restricciones de igualdad) deben ser verificadas de igual forma en el proceso de solución, resultando una vez más en un procedimiento complicado.
- Por último, se hace énfasis al conjunto de restricciones activas de desigualdad que son representadas mediante funciones, al existir un gran número de estas restricciones aumenta el número de ecuaciones que deben ser cumplidas.

Las principales restricciones de desigualdad consideradas en un estudio de FPO son [Frank and Rebellnack, 2012, Oñate, 2008]:

- **Límites de potencia activa y reactiva de generación.-** Estos límites se refieren a los valores correspondientes a las potencias activa y reactiva de las unidades de generación, los cuales deben de estar de los límites de operación y térmicos del generador. Las ecuaciones que relacionan estas restricciones son (2.6) y (2.7), donde $P_i^{G,\min}$ y $P_i^{G,\max}$ son los límites de potencia activa mínima y máxima, respectivamente, para el i -ésimo generador; $Q_i^{G,\min}$ y $Q_i^{G,\max}$ son los límites de potencia reactiva mínima y máxima respectivamente, para el i -ésimo generador.
- **Tiempos mínimos de encendido y apagado.-** Estos límites se dan cuando un generador cambia de estado, ya sea por motivos operativo o térmicos, con la finalidad de cumplir un tiempo mínimo donde la unidad debe permanecer en su nuevo estado. Dichas restricciones son:

$$\begin{aligned} Time_i^{on} &\geq Time_{\min,j}^{on} \\ Time_i^{off} &\geq Time_{\min,j}^{off} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Donde:

$Time_i^{on}$ Representa el tiempo que la i -ésima unidad ha permanecido encendida.

$Time_i^{off}$ Representa el tiempo que la i -ésima unidad ha permanecido apagada.

$Time_{\min,j}^{on}$ Es el tiempo mínimo que la i -ésima unidad debe permanecer encendida antes de poder ser apagada nuevamente.

$Time_{\min,j}^{off}$ Es el tiempo mínimo que la i -ésima unidad debe permanecer apagada antes de poder ser encendida nuevamente.

- **Límites de velocidad de cambio de generación.-** Este conjunto de restricciones describen el comportamiento de un generador, es decir, los generadores deben de ser capaces de pasar a un valor nuevo de generación en un periodo corto de tiempo. Sin embargo, debido al tamaño de los generadores y por limitantes térmicas, éstos no serán capaces de modificar la generación de potencia activa por encima del valor denominado "Velocidad de cambio de generación". Por lo tanto, cada unidad térmica debe obedecer a un límite en la velocidad de cambio de generación de tal manera que:

$$\begin{aligned} P_{Gi}^t &= P_{Gi}^{t-1} + \Delta P_{Gi} \\ \Delta P_{Gi,\min} &\leq \Delta P_{Gi} \leq \Delta P_{Gi,\max} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Donde:

P_{Gi}^t Es la potencia activa que se la ha asignado a la i -ésima unidad para la hora t .

P_{Gi}^{t-1} Es la potencia activa que se la ha asignado a la i -ésima unidad para la hora previa $t-1$.

ΔP_{Gi} Es la velocidad de cambio de generación permitida para la i -ésima unidad.

- **Límites de flujos de potencia en las líneas.-** Dichas restricciones, estriban en el hecho de mantener la seguridad en los sistemas de potencia. Los enlaces (líneas o transformadores) no deben de ser sobrecargados en sus valores estipulados por los fabricantes. Por lo que, es necesario definir límites para todas las ramas (o para determinado grupo). Estos límites pueden deberse a restricciones térmicas de los equipo o por consideraciones de seguridad del sistema. Los límites de los flujos se pueden formular como:

$$|FLOW_{i,j}| \leq FLOW_{i,j}^{\max} \quad (2.19)$$

Donde, $FLOW_{i,j}^{\max}$ representa el máximo flujo de potencia activa permitido en la línea que conecta a los nodos i y j .

- **Perfiles de tensión.-** Uno de los factores de seguridad e índices de calidad de servicio a considerar en un sistema eléctrico de potencia son las tensiones nodales, por lo tanto se debe incluir una restricción que mejore el perfil de tensión de los nodos de carga del sistema (mantener un valor de tensión muy cercano a la referencia), dado a que la tensión en los nodos de generación son constantes. Esta restricción puede representarse de la siguiente manera:

$$\min |V_i - V_{ref}| \quad (2.20)$$

Donde:

V_i Representa la magnitud de tensión en el i-ésimo nodo de carga.

V_{ref} Representa la magnitud de tensión de referencia, generalmente es definido con valores de perfil plano, es decir, 1.0 p.u.

- **Límites de la posición de taps.-** Los transformadores con cambiador de derivaciones son utilizados como dispositivos para el control de la magnitud de tensión, y como resultado de esto se controla el flujo de potencia reactiva. Estos transformadores están restringidos por valores del cambiador de tap dentro de límites mínimos y máximos.

$$tap_i^{\min} \leq tap_i \leq tap_i^{\max} \quad (2.21)$$

Donde:

tap_i Representa la posición en la que se encuentra el i-ésimo tap del transformador.

tap_i^{\min} Es la posición mínima permitida para el i-ésimo transformador.

tap_i^{\max} Es la posición máxima permitida para el i-ésimo transformador.

- **Límite del cambiador de fase de un transformador.-** Básicamente, este conjunto de restricciones describen el cambio de posición del ángulo de un transformador. Expresándose de la siguiente manera.

$$\varphi_i^{\min} \leq \varphi_i \leq \varphi_i^{\max} \quad (2.22)$$

Donde:

φ_i Representa la posición en la que se encuentra el i-ésimo cambiador de fase del transformador.

φ_i^{\min} Es la posición mínima permitida para el i-ésimo transformador.

φ_i^{\max} Es la posición máxima permitida para el i-ésimo transformador.

Otros ejemplos de restricciones de desigualdad que pudieran ser incluidas en un estudio de FPO son [Tinney and Sun, 1987]:

- Límites de las variables de control por los dispositivos FACTS.
- Límites de compensación de potencia reactiva
- Requerimientos de reserva rodante.
- Límites de emisión de contaminantes al medio.
- Reservas de potencia activa.
- Flujo de potencia entre áreas.

2.4 MÉTODOS PARA LA SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS

Dado que el problema de FPO es un extenso y complejo problema de programación matemática, varios investigadores han propuesto diferentes formulaciones y aproximaciones matemáticas para lidiar con esta problemática, las cuales pueden ser clasificados de la siguiente manera [AlRashidi and El-Hawary, 2009]:

- Programación Lineal.
- Programación No Lineal.
- Programación Entera-Mixta.

Debido a la falta de técnicas de solución robustas para un estudio completo de FPO en C.A., se han optado también por hacer aproximaciones lineales al modelo de optimización de dicho estudio, sin embargo, no es lo mismo resolver un estudio no lineal a un modelo linealizado de FPO aun cuando se reduzca el tiempo de solución, se reduzca el menor número de iteraciones o incluso se asegura él encontrar el óptimo global, cuyo punto óptimo no necesariamente es el mismo en ambas interpretaciones. A pesar de eso, las aproximaciones lineales aunadas con diferentes técnicas de descomposición y criterios de ingeniería por parte de los operadores de la red, se obtienen soluciones ciertamente aceptables pese a la pérdida de energía, el poco ahorro de unidades monetarias o el daño al medio ambiente si se tratan criterios ecológicos [Cain et al., 2012].

De igual forma, los solvers no lineales que se encuentran disponibles para dar solución al estudio de FPO no pueden garantizar el óptimo global, no son robustos y no pueden brindar una solución lo suficientemente rápida y confiable, dado que en cada cuarto de operación el problema no lineal de FPO e incluso las aproximaciones deben ser resueltas varias veces al día [Cain et al., 2012].

Un ejemplo claro de la diferencia entre modelos completos de FPO en C.A. y aproximaciones lineales es el estudio de FPOCD, ésta es una versión linealizada de la red de C.A. cuya versión más simple asume las magnitudes de tensión constante y los ángulos de tensión cercanos al valor de cero y cuya solución arroja diferentes puntos óptimos [Cain et al., 2012].

2.4.1 Métodos de Programación Lineal

Evidentemente, los métodos de programación lineal resuelven un modelo de optimización cuya función objetivo y restricciones son expresadas en forma lineal con variables de control continuas. Por varios años, la programación lineal ha sido reconocida como una técnica confiable y robusta para resolver un gran subconjunto especializado de problemas de FPO caracterizado por tener funciones objetivo

separables y restricciones de la misma índole [AlRashidi and El-Hawary, 2009, Ristanovic, 1996]. La programación lineal basada en los métodos de FPO ha sido exitosamente implementada al tratarse con problemas tanto de despacho de potencia reactiva así como el problema de minimización de potencia activa. Por otra parte, las principales ventajas de los métodos basados en la programación lineal son los siguientes [Ristanovic, 1996]:

- Detección eficiente y manejo de los casos que no tengan una solución factible.
- Modelado y resolución de problemas de FPO restringidos por contingencias.
- Manejo en el control de flujo de potencia local (no optimizados).

2.4.2 Métodos de Programación no Lineal

Los modelos de optimización que son resueltos mediante la programación no lineal pueden contener la función objetivo o las restricciones en términos no lineales o incluso la combinación de ambas cuestiones, cuyas variables de control continuas son de índole no lineal [AlRashidi and El-Hawary, 2009].

Los métodos de esta problemática se basan prácticamente en la transformación de problema de minimización restringido en una secuencia de problemas de minimización sin restricciones, para esto existen diferentes técnicas para manejar dichas restricciones. A grandes rasgos, esta transformación consta de una apropiada función auxiliar, con la finalidad de definir una nueva función objetivo generando así un conjunto de problemas sin restricción que tiene soluciones que convergen a la solución original del problema restringido. Dentro de este proceso además se realizan una serie de procedimientos dependiendo del método de solución para establecer la dirección de búsqueda y el tamaño de paso requerido. Al final del proceso se cumplen ciertas condiciones de paro para determinar si se ha encontrado la solución óptima o se tendría que repetir el proceso de manera iterativa [Fiacco and McCormick, 1990].

Algunos de los métodos de programación no lineal para resolver FPO se describen en la siguiente sección, en general dichos métodos son los siguientes [Shahidehpour and Ramesh, 1996]:

- Programación Cuadrática Secuencial.
- Método del Lagrangiano Aumentado.
- Gradiente Reducido Generalizado.
- Lagrangiano Aumentado Proyectado.
- Programación Lineal Sucesiva.
- Método de Newton.
- Método de Punto Interior.

2.4.3 Resumen de los Algoritmos de Flujos de Potencia Óptimos

Como se ha mencionado, dadas las complejidades del problema de FPO al tratar de simular el mayor número de restricciones del sistema eléctrico de potencia y numerosas funciones objetivo se han optado por realizar mejoras a las primeras técnicas que se utilizaron para resolver el problema de FPO (técnicas convencionales) donde cada una contiene determinadas características matemáticas y requerimientos computacionales. Incluso se han adaptado nuevos algoritmos denominados como técnicas de inteligencia artificial, pues simulan cierto comportamiento de alguna red neuronal, colonia de abejas, esquema de partículas, etc.

En general, los métodos de optimización convencionales realizan la búsqueda y dirección hacia la solución óptima mediante la función del gradiente, de igual manera se utiliza el análisis de sensibilidad en las aproximaciones del modelo de optimización original, linealizando la función objetivo y el conjunto de restricciones no lineales. Pero además, se utilizan diferentes cuestiones matemáticas como derivadas, continuidad, convexidad, formación de la matriz jacobiana y funciones de gradiente, entre otros [Abido, 2004].

A pesar de que algunas técnicas contienen excelentes características de convergencia y son empleadas en la industria eléctrica la convergencia a la solución óptima global o local depende de las estimaciones iniciales seleccionadas, por lo que se puede converger a la solución sin saber si el punto óptimo es la solución global requerida. De igual forma cada técnica es adaptada de acuerdo a un específico problema del sistema eléctrico de potencia basándose en la naturaleza matemática de la función objetivo y restricciones [AlRashidi and El-Hawary, 2009, López, 2015].

De esta manera se han optado por desarrollar las técnicas de inteligencia artificial, que a grandes rasgos evitan toda cuestión matemática de convexidad, continuidad y cuestiones antes mencionadas. Desafortunadamente, dichas técnicas sufren de rendimiento computacional y les suele tomar demasiado tiempo encontrar la solución óptima [Abido, 2004].

En el diagrama de la Figura 2.4, se muestran resumidos los diferentes métodos de solución para el problema de FPO, cuya descripción general de algunos métodos son descritos posteriormente.

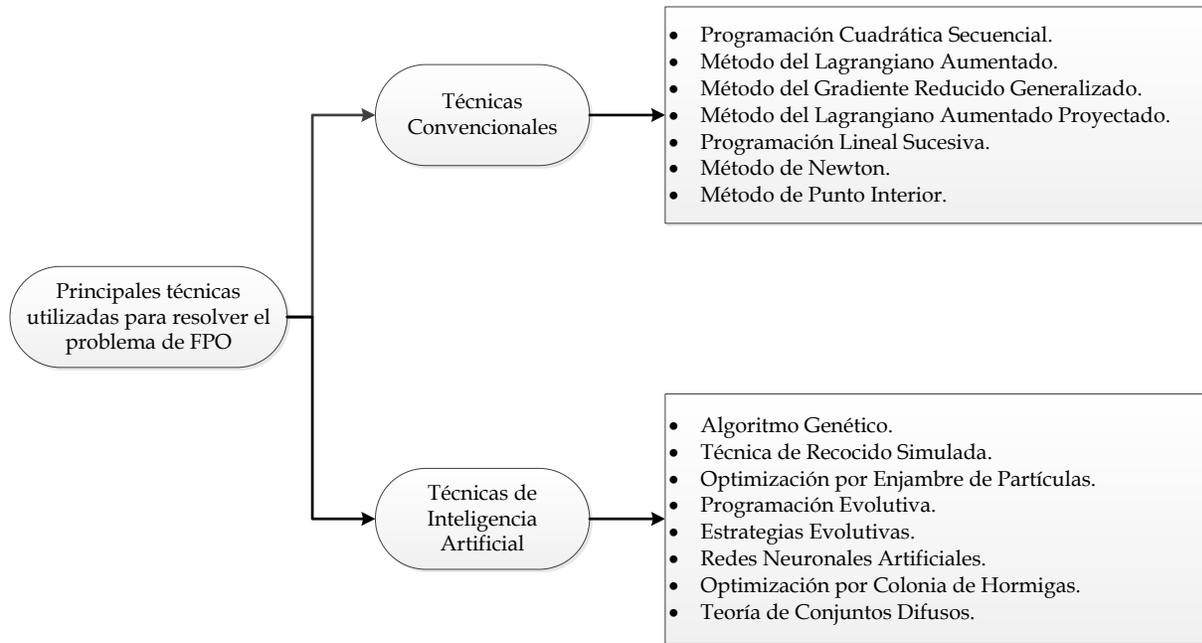


Figura 2.4 Métodos utilizados para resolver el problema de FPO (Modificado y Adaptado de [López, 2015, AlRashidi and El-Hawary, 2009]).

El algoritmo de **Programación Cuadrática Secuencial** (“Secuencial Quadratic Programming” SQP, en Inglés) prácticamente es una extensión del Método Quasi-Newton al problema de optimización restringido, donde se aproxima la Matriz Hessiana de la función Lagrangiana al ser construida iterativamente, sin embargo, la construcción de esta matriz es un proceso donde se requiere mucha memoria originando que el procedimiento sea lento al tener un mayor número de variables de decisión. Este método es un caso especial de la programación no lineal donde la función objetivo es de carácter no lineal (término cuadrático) y el conjunto de restricciones son lineales (aproximaciones lineales). De hecho, tanto la función objetivo y las aproximaciones lineales están basadas por la expansión de las Series de Taylor de las funciones no lineales. Como se mencionó, el método de Quasi-Newton es utilizado para calcular el Hessiano de la función Lagrangiana [Shahidehpour and Ramesh, 1996].

En realidad para el problema de FPO, este método ha sido utilizado en una forma reducida, puesto que las restricciones de igualdad son eliminadas utilizando aproximaciones de flujos de carga, además de que no son competitivos para ser utilizados en sistemas de mayor escala [Shahidehpour and Ramesh, 1996].

Los **Métodos del Lagrangiano Aumentado** (“Augmented Lagrangian Methods” ALM, en Inglés) se basan en la minimización sucesiva de la función del Lagrangiano Aumentado. Dadas las características de este algoritmo, esta aproximación no tiene un aceptable porvenir para el problema de FPO [Shahidehpour and Ramesh, 1996].

Por otra parte los **Métodos del Gradiente Reducido Generalizado** (“Generalized Reduced Gradient” GRG, en Inglés), que fueron utilizados por Dommel y Tinney (1968), se basan en la idea de utilizar las restricciones de igualdad para eliminar el subconjunto de variables de decisión que genera un problema más simple para resolver. Las variables de decisión de la formulación del problema de optimización no lineal son modificadas por dos vectores que contienen variables básicas (variables que serán eliminadas por las restricciones de igualdad) y no básicas (variables restantes) [Shahidehpour and Ramesh, 1996].

El vector de variables restantes, a su vez se divide en otros dos vectores, los cuales se encargan de manejar las restricciones de desigualdad ajustando los valores acotados que se encuentren dentro o fuera de los límites, generando así un problema reducido. Ahora entonces, este subproblema es resuelto por la técnica del gradiente reducido en una dirección descendiente, la función del gradiente es llamado reducido puesto que solo contiene el subconjunto de las variables de decisión originales [Shahidehpour and Ramesh, 1996].

Tan pronto este método fue anunciado, se procedieron a realizar las aproximaciones al problema de FPO, es decir, la partición de los vectores en la formulación coincidía perfectamente con los vectores de decisión de dicho problema (variables de estado y variables de control), enfocándose únicamente en las variables de control del problema reducido aunado con las ecuaciones de flujos de potencia y las variables de estado eliminadas, o mejor dicho, su ventaja primordial de utilizar este método es la habilidad de utilizar los métodos de flujos de potencia para eliminar las restricciones de igualdad (por el Método de Newton-Raphson, por ejemplo) para eliminar las restricciones de igualdad y obtener un problema reducido que es más fácil de resolver [Shahidehpour and Ramesh, 1996].

Una derivación del método ALM, es el **Método del Lagrangiano Aumentado Proyectado** (“Projected Augmented Lagrangian Method” PALM, en Inglés), el cual resuelve un subproblema de minimización similar al método de GRG, las variables de decisión son clasificadas en vectores de variables básicas, súper básicas y no básicas, donde las variables no básicas mantienen los valores dentro de los límites de las restricciones, en cambio, las variables básicas son removidas mediante las restricciones linealizadas, obteniendo así, un subproblema de optimización para obtener los valores de las variables súper básicas. Cabe mencionar que si una variable súper básica alcanza alguno de sus límites restrictivos, ésta es convertida en variable no básica. De esta manera, el gradiente del Lagrangiano Aumentado es proyectado al espacio de las restricciones activas [Shahidehpour and Ramesh, 1996].

Este método es considerado como de los pioneros para los softwares comerciales del problema de FPO, de igual manera, es una técnica de optimización muy útil para desarrollos e implementaciones del mismo problema en cuestiones de investigación y

educación puesto que es punto de referencia para ser comparado con otros métodos [Shahidehpour and Ramesh, 1996].

Por otro lado se tiene el **Método de Programación Lineal Sucesiva** ("Successive Linear Programming" SLP, en Inglés), el cual es considerado como el método mejor establecido para el problema de FPO. Su desarrollo básicamente consta en linealizar la función objetivo y las restricciones alrededor de un determinado punto (solución obtenida de la iteración anterior) generándose en una aproximación reducida de características lineales donde se lidia con un subconjunto de variables de decisión. La ventaja de utilizar la aproximación reducida es que solo las restricciones de desigualdad activas son incluidas en cada iteración. Entonces, en cada iteración sucesiva, las desigualdades violadas son incluidas hasta que todas las restricciones son cumplidas [Shahidehpour and Ramesh, 1996].

El **Método de Newton** fue muy utilizado para dar solución al problema de FPO, este método es una versión de la Programación Cuadrática Sucesiva el cual implementa el solver de Newton-Lagrange a las aproximaciones cuadráticas del problema original de FPO. Es decir, se intenta resolver el problema con la combinación del método de Newton con técnicas de dispersión avanzadas, con la finalidad de que se cumplan las condiciones de optimalidad de primer orden Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Los términos de penalización cuadráticos son utilizados para manejar las restricciones de desigualdad activas y restricciones de igualdad, con el objetivo de obtener una función del Lagrangiano Aumentado y generar una aproximación cuadrática del problema de FPO original [Ristanovic, 1996, Sun et al., 1984].

Dentro de las principales ventajas o atributos de dicho método se tienen los siguientes argumentos [Tinney and Sun, 1987, Ristanovic, 1996]:

- Esquema iterativo basado en la solución simultánea de aproximaciones cuadráticas de la función Lagrangiana para correcciones incrementales, incluyendo los multiplicadores de Lagrange.
- Arreglo especial de la matriz de las aproximaciones cuadráticas para mejorar la eficiencia del proceso en la utilización de operaciones matriciales.
- Utilización de técnicas de dispersión para modificar los factores matriciales y obtener soluciones parciales.
- Es altamente eficiente al resolver la no linealidad y los problemas de FPO con funciones objetivo no separables tales como la minimización de las pérdidas de potencia activa, minimización de costos por generación de potencia activa, e incluso una formulación completa contemplando ambas cuestiones.
- Confiabilidad al encontrar la solución en problemas factibles y tener una convergencia rápida.

En cuanto a las técnicas inteligentes más relevantes, se tienen en primera instancia los **Algoritmos Genéticos** (“Genetic Algorithm” GA, en Inglés), estos métodos heurísticos de búsqueda estocástica global aparecieron en la década de los años 70’s y consisten básicamente en imitar la evaluación biológica natural, es decir, los GA operan sobre una determinada población de soluciones denominadas como candidatas, las cuales son codificadas para limitar una cadena de bits conocidas como cromosomas. Para lograr la optimalidad, cada cromosoma intercambia información al utilizar operadores simulando la genética natural con el objetivo de generar una mejor solución. En la Figura 2.5, se muestra de manera resumida el procedimiento que emplean los GA para los problemas de optimización [Osman et al., 2004, AlRashidi and El-Hawary, 2009].

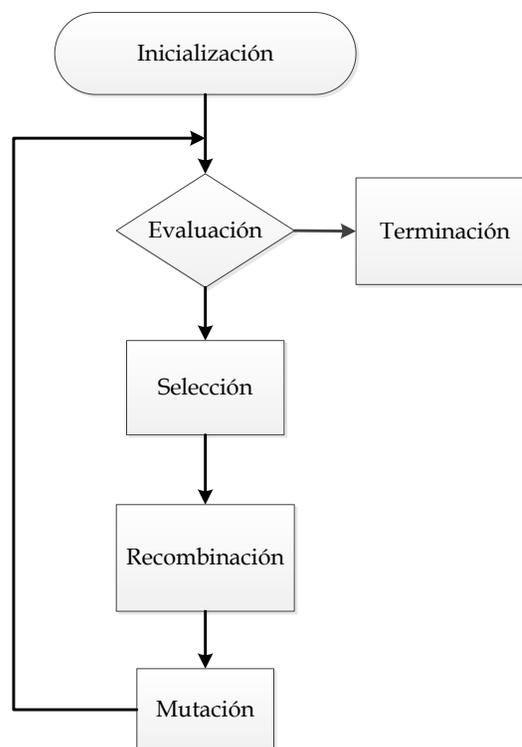


Figura 2.5 Noción general del proceso de optimización de los GA (Adaptado de [Osman et al., 2004]).

A su vez, los GA difieren de otras técnicas de optimización y procedimientos de búsqueda de la siguiente manera [Osman et al., 2004]:

- Trabajan con una codificación de un conjunto de parámetros, para poder tener un mejor manejo de variables discretas o enteras.
- Realizan la búsqueda de una determinada población de varios puntos, generando varias soluciones óptimas.
- Emplean solo información de la función objetivo, sin derivadas u otras técnicas auxiliares, únicamente emplean el proceso de las funciones de penalización a la

función objetivo (funciones de penalización estática y dinámica). Además, pueden lidiar con funciones no diferenciables o no continuas.

- Utilizan reglas de transición probabilísticas, no de técnicas determinísticas.

En conclusión, los GA consiguen obtener una solución factible que satisface las restricciones de igualdad con la precisión deseada, además de que no se realiza ningún cálculo con ecuaciones diferenciales ni emplean la famosa matriz jacobiana empleada por las técnicas convencionales. Este hecho permite la definición de cualquier tipo de función objetivo independientemente de la condición de continuidad, concavidad, etc. Sin embargo, esta técnica carece de eficiencia en el tiempo de solución y realiza demasiado número de iteraciones, es decir, tiene deficiencias de rendimiento reduciendo así la capacidad de búsqueda del mismo método [Abido, 2002, Osman et al., 2004].

Otro algoritmo relevante que ha sido motivada por diversos organismos es el **Algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas** ("Particle Swarm Optimization" PSO, en Inglés), esta técnica combina los principios de la psicología en agentes humanos socio-cognitiva y cálculos evolucionarios, de acuerdo a sus principales características, se dice que es fácil de implementar, computacionalmente es eficiente y tiene un mecanismo flexible y balanceado con el objetivo de mejorar y adaptar las habilidades de exploración globales y locales [Abido, 2002].

Dicha técnica, realiza una búsqueda usando una población de partículas correspondiente a los individuos, cada partícula representa una solución candidata al problema en cuestión, dichas partículas cambian su posición trasladándose alrededor de un espacio de búsqueda multi-dimensional hasta que una posición relativamente inmutable ha sido encontrada o los límites computacionales son excedidos. En realidad, este método ha demostrado ser efectivo y robusto al resolver el problema de FPO con diferentes funciones objetivo y sistemas de pequeña-mediana escala. Sin embargo al igual que el GA, realiza demasiado número de iteraciones ocasionando un mayor tiempo de cálculo en la solución [Abido, 2002, Zhu, 2015].

En otras instancias, se tiene la **Técnica de Recocido Simulado** ("Simulated Annealing", SA, en Inglés), la cual es considerada una técnica meta-heurística propuesta en los años 80's por Kirkpatrick, evidentemente, el objetivo de esta técnica es encontrar una buena aproximación a la solución óptima, dicha técnica se basa en la búsqueda local donde cada movimiento es aceptado si y solo si se mejora el sistema de energía. Otras posibles soluciones son aceptadas de acuerdo a cada criterio probabilístico. Cabe mencionar que se hace mención a un sistema de energía puesto que el método se basa en cuestiones termodinámicas (proceso de recocido del acero y cerámicas, donde los materiales se someten a varios procesos de calentamiento y enfriamiento para modificar las propiedades físicas) [Roa-Sepulveda and Pavez-Lazo, 2003].

La estrategia del algoritmo SA comienza considerando una alta temperatura y probabilidad de aceptar movimientos que no mejoran, en el transcurso del proceso, los niveles de ambas cuestiones disminuyen (criterio de enfriamiento) tan pronto el algoritmo se aproxima a la solución óptima. De esta manera el proceso de diversificación en el algoritmo de búsqueda es interpretado con detenimiento en el sistema de energía. Por lo que, el algoritmo de SA tiene la habilidad de obtener un mínimo local aun aceptando soluciones parciales durante las primeras y medianas etapas del algoritmo. Los tres importantes parámetros para emplearlo en un problema de optimización se resumen a continuación [Roa-Sepulveda and Pavez-Lazo, 2003]:

- **La temperatura de recocido**, este parámetro permite que la técnica SA no atrape el mínimo local.
- **El número de iteraciones** a temperatura constante, un bajo valor de este parámetro provocaría que se no se encuentre la solución óptima.
- **Estrategia de enfriamiento**, si la temperatura de recocido es demasiado rápido el algoritmo quedará estancado independientemente de los parámetros anteriores.

Para resolver el problema de optimización de FPO, es necesario definir una función de energía tal que el algoritmo sea capaz de encontrar la solución óptima sujeta a la convergencia de los flujos de potencia y la minimización o maximización del problema, contemplando evidentemente los factores antes mencionados. En resumen, este algoritmo solo es una alternativa de solución del problema de FPO, a pesar de que no se realiza la formación de la matriz jacobiana o se contemplan condiciones matemáticas (continuidad, concavidad, etc.), este algoritmo sufre de un pobre rendimiento computacional, dado que se requieren demasiadas iteraciones para obtener la solución óptima, generando un extenso tiempo de ejecución en sistemas de pequeña escala [Roa-Sepulveda and Pavez-Lazo, 2003].

2.5 ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMO RESTRINGIDO POR SEGURIDAD

Dado que es complicado que el sistema de control de potencia mantenga cierto nivel de seguridad al mínimo costo de operación, se recurre a la combinación de dos diferentes estudios conocidos como Análisis de Contingencias y versiones orientadas a la operación del FPO, generando así el estudio de Flujos de Potencia Óptimo Restringido por Seguridad (FPORS), donde en el despacho económico se incluyen diferentes estados de pre contingencia (estado normal) y post contingencia (escenarios de contingencia), es decir, tanto el control preventivo y control correctivo son contemplados para corregir determinadas variables de control en cada escenario de contingencia. La solución obtenida por este estudio representa un estado entre la

economía y seguridad del sistema eléctrico de potencia [Stott et al., 1987, Shahidehpour and Ramesh, 1996, Oñate, 2008].

De manera general, una contingencia es definida como un evento donde se remueven uno o más elementos del sistema de potencia (*generadores y líneas de transmisión*) con el objetivo de mostrar la condición del sistema de potencia una vez aplicada dicha contingencia. Hoy en día se tienen diferentes métodos de filtrado de contingencias para agilizar el análisis mostrando los casos más críticos donde las condiciones de operación podrían causar graves daños al sistema de potencia, entre estos métodos se tiene el simple análisis de FPC en C.A. [Frank and Rebennak, 2012, Wood et al., 2014].

De manera gráfica, este estudio puede ser interpretado en la Figura 2.6, donde se destaca la relación entre el despacho económico, y los estados de pre y post contingencias. En esa figura se muestra una región factible de determinado sistema de potencia (contorno resaltado) y cuatro casos de contingencia (regiones elipsoidales). El punto Y representa el punto óptimo de la solución en estado estable, en cambio el punto Y_0 representa el punto de operación una vez contempladas los escenarios de pre contingencia 1 y 2, las cuales podrían lidiar con las violaciones de parámetros en estado estacionario. Por otra parte, en los estados de contingencia 3 y 4, ya se requirieron acciones correctivas dentro de una distancia aceptable (solución cercana al estado de pre contingencia) pasando del punto Y_0 a los puntos Y_3 y Y_4 , respectivamente [Oñate, 2008].

Cabe mencionar que este estudio es referido también al Despacho Económico Restringido por Seguridad, por lo que la formulación típica contiene las mismas funciones objetivos y variables de decisión como la formulación clásica de (2.3)-(2.9), incluyendo adicionalmente el conjunto de variables de estado dado los diferentes escenarios de contingencias. Expresando la formulación correspondiente de la siguiente manera [Frank and Rebennak, 2012, Shahidehpour and Ramesh, 1996]:

$$\min \quad f(u, x_0) \quad (2.23)$$

$$\text{s.a.} \quad g_0(u, x_0) = 0, \quad (2.24)$$

$$h_0(u, x_0) \leq 0, \quad (2.25)$$

$$g_c(u, x_c) = 0, \quad (2.26)$$

$$h_c(u, x_c) \leq 0, \quad (2.27)$$

Donde:

$f(u, x_0)$: Función objetivo a optimizar.

$g_0(u, x_0)$: Es el conjunto de restricciones de igualdad no lineales de un vector de argumentos x y u , del caso base.

$h_0(u, x_0)$: Es el conjunto de restricciones de desigualdad no lineales de un vector de argumentos x y u , del caso base.

$g_c(u, x_c)$: Es el conjunto de restricciones de igualdad no lineales de un vector de argumentos x y u , considerando los casos de post contingencia.

$h_c(u, x_c)$: Es el conjunto de restricciones de desigualdad no lineales de un vector de argumentos x y u , considerando los casos de post contingencia.

c : Son los números de casos de contingencia considerados.

Cabe hacer énfasis que en cada restricción de igualdad (ecuaciones de flujos de potencia) el término de Y_c es modificado del sistema de potencia puesto que se remueven ciertos elementos de líneas de transmisión. Además en cada contingencia los flujos de potencia deben de permanecer factibles para las variables de decisión originales, los valores deben de permanecer dentro de los límites de las restricciones y a su vez las restricciones de desigualdad deben de cumplirse [Frank and Rebennak, 2012].

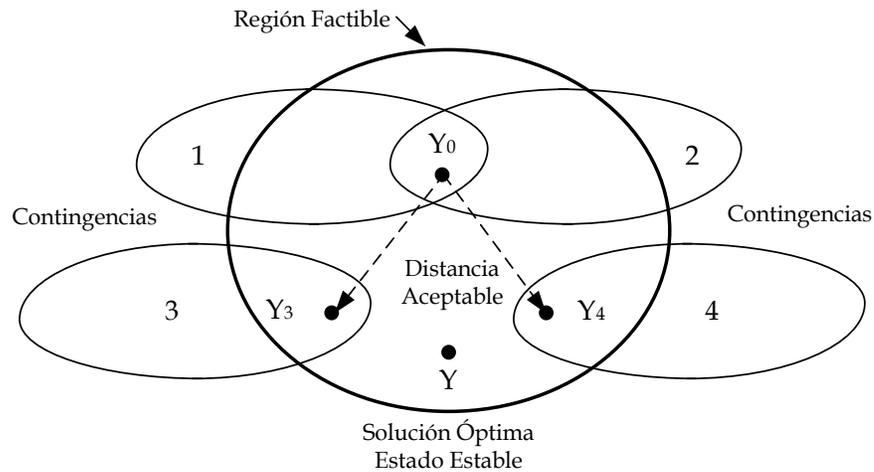


Figura 2.6 Relación entre los puntos de pre contingencia y post contingencia (Adaptado de [Oñate, 2008]).

CAPÍTULO 3:

EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR

3.1 INTRODUCCIÓN

Desde las primeras apariciones del Método de Punto Interior (MPI) en los años 50's, el estudio formalizado a detalle de Fiacco and McCormik y la inclusión del algoritmo de tiempo polinomial de Karmarkar, se han desarrollado ciertas variantes del método las cuales han sido extendidas a todo tipo de problemas prácticos, ya sea convexos, no convexos, problemas lineales o no lineales. Estas variantes han sido extensivamente aplicadas principalmente a la optimización en el área de operación de sistemas eléctricos de potencia, debido a sus características computacionales, probando así ser una solución viable para aplicarlo a problemas reales de grandes dimensiones. Los MPI para la programación no lineal han sido motivados principalmente por estas variantes del método en la programación lineal [Wu et al., 1994, Quintana et al., 2000].

Asimismo, entre las diferentes variantes de este método se encuentran el Método de Punto Interior Primal-Dual (MPPID), el cual ha mostrado ser el más efectivo y exitoso computacionalmente al tratar de resolver problemas de carácter lineal. Sumado a esta eficiencia, se encuentra la gran habilidad de resolver problemas de gran envergadura, trasladando su eficacia a otro tipo de aplicaciones, entre ellas al análisis de sistemas de gran escala no lineales (como el Problema de Flujos de Potencia Óptimos, por ejemplo), cuyo desarrollo aún no está completamente definido, dada la complejidad de este tipo de problemáticas [Wu et al., 1994].

La formulación del MPI se generaliza gracias a tres importantes desarrollos matemáticos: primeramente se aplica una barrera logarítmica (Método de Barrera Logarítmica de Fiacco and McCormik) para obtener un modelo de optimización inicial con restricciones de desigualdad. A continuación, se emplea el Método Lagrangiano para optimización, puesto que así se transforma el modelo a uno restringido por condiciones de igualdad. Finalmente, se aplica el Método de Newton para resolver el sistema de ecuaciones no lineales que componen el modelo de optimización [Wu et al., 1994, Glavic and Wehenkel, 2004].

No obstante, este tipo de métodos tiene desventajas, entre las que se puede mencionar la dificultad de encontrar condiciones donde no existe una solución factible. Afortunadamente, en la programación lineal existen nuevos modelos homogéneos y modelos auto-duales que fácilmente permiten detectar este tipo de condiciones. Otro inconveniente encontrado es el esfuerzo computacional que requiere cada iteración, ya que el método emplea la formación de matrices grandes y dispersas [Glavic and Wehenkel, 2004].

3.1.1 Comparación del Método de Punto Interior y el Método Simplex (Programación Lineal)

En los años 40's, la mayoría de los investigadores del área de optimización mantenía la atención en el famoso Método Simplex (MS), desarrollado por George Dantzing. Este algoritmo resuelve un problema de programación lineal tomando como punto de partida un vértice de la región factible; a lo largo de cada iteración, el punto de estudio se va desplazando en cada uno de los puntos extremos vecinos de esta región factible, realizando la evaluación de la función objetivo. Este procedimiento continúa hasta encontrar la solución óptima en un punto extremo en cuyo valor la función objetivo ya no decrece más. Cabe mencionar que la programación lineal es un problema combinatorio, donde se selecciona un conjunto finito de puntos extremos, los cuales se visualizan como posibles vértices de un poliedro (región factible) [Dantzing, 1963, Mészáros, 1996].

Si bien el MS permite determinar eficazmente la solución óptima, el algoritmo consume demasiado tiempo en recorrer las extremidades de la región factible. Por el contrario, los MPI contienen una gran eficiencia teórica y un buen rendimiento computacional. Una importante característica común en estos algoritmos, es que las iteraciones son estrictamente factibles (*Un punto estrictamente factible para un conjunto $\{x : Ax = b, x \geq 0\}$ es definido como un punto x tal que $Ax = b$ and $x > 0$*) [Nash and Sofer, 1996].

Con base en la programación lineal, el MPI no requiere inspeccionar demasiados puntos extremos de la región factible (un polítopo), para encontrar la solución óptima. La trayectoria de partida del MPI puede comenzar dentro o fuera de la región factible, y con el parámetro de la dirección de búsqueda, dicha trayectoria indaga dentro de la región factible, encontrando siempre una mejor dirección en donde situarse. Si se elige una longitud de paso apropiada, se alcanza el punto óptimo en un menor número de iteraciones que el MS. No obstante, el MPI requiere un mayor tiempo computacional para encontrar la mejor dirección de búsqueda que el MS.

En la Figura 3.1, se muestra gráficamente el proceso de ambos métodos para encontrar la solución óptima. En este pequeño ejemplo, no se muestra concretamente la ventaja en el número de iteraciones. Sin embargo, para un problema más grande, el

MPI requiere solo una fracción del número total de iteraciones del MS [Momoh, 1996].

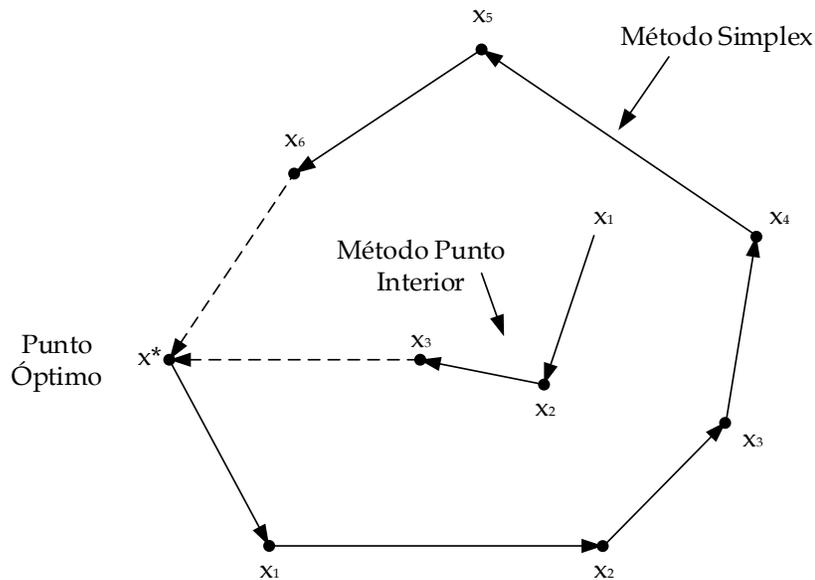


Figura 3.1 Ilustración de los Métodos Punto Interior y Simplex (Adaptado de [Momoh, 1996]).

Cabe hacer énfasis que, a pesar que cada iteración del MPI es compleja computacionalmente hablando, se logra una aproximación significativa hacia la solución, mientras que el MS requiere un mayor número de iteraciones no tan complejas [Momoh, 1996].

3.2 VARIANTES DEL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR

Como se mencionó anteriormente, desde la publicación del primer algoritmo formal de punto interior de Karmarkar (*método de reducción potencial proyectivo*), algunas variantes del MPI han evolucionado en relación a los nuevos problemas que van surgiendo a lo largo de la historia. Asimismo, varios investigadores comenzaron a realizar estudios acerca de la simplificación del análisis, planteamiento de nuevas suposiciones iniciales, limitaciones del mismo problema, etc. Con base en la programación lineal; la mayoría de los algoritmos de punto interior puede clasificarse en tres categorías [Hertog, 1994, Nash and Sofer, 1996, Glavic and Wehenkel, 2004]:

- Métodos Proyectivos.
- Método Escalado Afín.
- Métodos Primal-Dual.

Cabe resaltar, que cualquiera de estos métodos realizan los siguientes pasos en su formulación [Shahidehpour and Ramesh, 1996, Glavic and Wehenkel, 2004]:

1. Transformar el problema de optimización con restricciones de desigualdad a un modelo de optimización con restricciones de igualdad, agregando las respectivas variables de holgura (slack).

2. Reemplazar las restricciones de desigualdad que resultaron al introducir las variables de holgura, agregándolas como términos adicionales en la función objetivo, utilizando la función de la barrera logarítmica, cumpliendo implícitamente las condiciones de no negatividad.
3. Formular la función de Lagrange, utilizando los multiplicadores de Lagrange para agregar las restricciones de igualdad a la función objetivo, transformando el problema a un problema de optimización sin restricciones.
4. Establecer las condiciones de optimalidad de primer orden, aplicando la función del Gradiente a la función de Lagrange.
5. Aplicar el Método de Newton al conjunto de ecuaciones de optimalidad de primer orden, para obtener los puntos estacionarios del problema sin restricciones.

3.2.1 Métodos Proyectivos

Los *Métodos Proyectivos* incluyen el algoritmo original de Karmarkar; este algoritmo atrajo gran interés debido a la ingeniosa prueba que realizó Karmarkar, donde el tiempo de ejecución es una función polinomial relacionada con el tamaño del problema. Karmarkar mostró que si n es el número de variables de un determinado modelo de optimización, $O(\bullet)$ es una notación utilizada para indicar una estimación de orden de magnitud de una determinada función, y L es el número de "bits" utilizados para representar los números en una computadora. Obteniendo la expresión $O(n^{3.5}L^2)$, utilizada para medir el tiempo de ejecución de su algoritmo, la cual indica que mientras el tamaño del problema aumente, el tiempo de ejecución tiende a ser una constante múltiple de $n^{3.5}L^2$. Si se realiza una comparación del tiempo de ejecución del algoritmo de Karmarkar y los algoritmos elipsoidales, el método de Karmarkar resulta substancialmente mejor, dado que el tiempo de ejecución de las técnicas elipsoidales son de $O(n^6L^2)$ [Momoh, 1996].

3.2.2 Método Escalado Afín

Los *Métodos de Escalado Afín* fueron propuestos para la programación lineal después de la publicación del algoritmo de punto interior proyectivo de Karmarkar. Varios investigadores redescubrieron esta técnica, dado que es una simplificación del algoritmo de Karmarkar. Por lo que tiempo después el científico ruso I. I. Dikin propuso el primer Método de Escalado Afín en 1967. Estos métodos transforman el programa lineal a un modelo equivalente en el cual el punto actual está posicionado favorablemente para una forma restringida del método "Steepest-descent" (*básicamente este método busca mover la búsqueda de la solución en pasos pequeños, cuidando de no violar las restricciones de no negatividad*) [Nash and Sofer, 1996, Ye, 1997].

Asimismo, este método no se caracteriza por las buenas cualidades teóricas que poseen los métodos proyectivos. A pesar de esto, los *Métodos de Escalado Afín* se

caracterizan por su simplicidad y su reducida complejidad computacional, haciendo que en esa época este método llegara a tener gran éxito [Quintana et al., 2000].

Este algoritmo es uno de los más simples y eficientes de punto interior para la programación lineal. Han sido utilizados exitosamente para resolver problemas de gran magnitud; aunque no son igual de buenos que los *Métodos Primal-Dual*, ellos son de interés, debido a que permiten una importante percepción en las direcciones de búsqueda, provenientes de los *Métodos Path-Following* [Nash and Sofer, 1996, Ye, 1997].

Además, estos métodos no toman en cuenta la complejidad del tiempo de ejecución, dado que requieren un número exponencial de iteraciones si el punto de partida se sitúa cercano a los límites de la región factible. De igual manera, se ha demostrado que estos métodos pueden generar problemas como el de realizar pruebas de optimalidad cuando exista degeneración, además de que solo se puede probar la convergencia global bajo ciertas condiciones. A pesar de estos problemas, estos métodos funcionan bien en la práctica [Momoh, 1996, Hertog, 1994].

Cabe mencionar, que la degeneración es un problema típico en los problemas de programación lineal de gran envergadura. Básicamente este problema aparece cuando una variable básica obtiene el valor igual a cero en la siguiente iteración, generando así, una solución degenerada. Aparte de esto, en caso de degeneración de más de una variable, el algoritmo entra en un estado “ciclado”, donde la función objetivo ya no es mejorada [Nash and Sofer, 1996, Vitoriano y Ramos, 2010].

3.2.3 Método Primal-Dual

Entre las diferentes variantes del MPI, los *Métodos Primal-Dual* han mostrado ser los más eficientes computacionalmente para resolver problemas de programación lineal de gran dimensión. Estos métodos fueron originalmente formulados como un algoritmo teórico de tiempo polinomial para la programación lineal; no obstante los investigadores se dieron cuenta que esta técnica podía ser adaptada con la finalidad de obtener un mejor rendimiento práctico. En realidad, este método se conoce como Primal-Dual por estar compuesto precisamente por dos problemas: el problema Primal hace referencia a una forma estándar de programación lineal, y por otra parte el problema Dual se basa en la modificación del modelo de optimización estándar, que contiene restricciones de desigualdad, para convertirlas en restricciones de igualdad [Nash and Sofer, 1996, Wu et al., 1994].

En la programación lineal, la formulación de los Métodos Primal-Dual es la siguiente. En primera instancia se formula el *problema primal* (forma estándar de la programación lineal):

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{s. a.} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Donde $x, c^T \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ y $b \in \mathbb{R}^m$. La restricción $x \geq 0$ implica que todos los elementos del vector $x \in \mathbb{R}^n$ no pueden ser negativos. Por lo tanto el conjunto:

$$F_p = \{x \in \mathbb{R}^n / Ax = b, x \geq 0\} \quad (3.2)$$

Es el conjunto factible para el *problema primal* (3.1), y es llamado *conjunto factible primal*. Un punto $x \in F_p$ es llamado un punto factible, y un punto factible de x^* es llamado solución óptima, si $c^T x^* \leq c^T x \quad \forall x \in F_p$. Si existe una sucesión $\{x^k\}$ tal que x^k es factible y $c^T x^k \rightarrow -\infty$, entonces (3.1) se dice que es ilimitado.

Ahora, se procede a formular el *problema dual* de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \max \quad & b^T y \\ \text{s. a.} \quad & A^T y \leq c \end{aligned} \quad (3.3)$$

O en su forma estándar:

$$\begin{aligned} \max \quad & b^T y \\ \text{s. a.} \quad & A^T y + s = c \\ & s \geq 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Donde $y \in \mathbb{R}^m$ es el vector dual y $s \in \mathbb{R}^n$ es llamado vector dual de holgura. El conjunto:

$$F_d = \{(y, s) \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n / A^T y + s = c, s \geq 0, y \text{ libre}\} \quad (3.5)$$

Es el conjunto factible del *problema dual* (3.4), y es llamado *conjunto factible dual*. De acuerdo a lo anterior, el *conjunto factible primal-dual*, se define como:

$$F = F_p \times F_d = \{w = (x, y, s) / x \in F_p, (y, s) \in F_d\} \quad (3.6)$$

Dentro de los *Métodos Primal-Dual* se encuentran inmersos los *métodos path-following*, y los *métodos de reducción potencial*. Básicamente los primeros métodos intentan permanecer cerca de la trayectoria central, definida por la barrera logarítmica; es decir, estos métodos restringen explícitamente que a lo largo de las iteraciones, el punto de estudio se encuentre sobre la trayectoria central, y conlleve a la solución óptima [Nash and Sofer, 1996, Wright, 1997].

En lo que respecta a los *métodos path-following*, se dice que el primer método de este tipo fue desarrollado por [Renegar, 1988], coincidiendo además con el nombramiento del primer algoritmo para programación lineal con un tiempo de ejecución $O(\sqrt{n}L)$. Posteriormente [Megiddo, 1986] motivó a que se desarrollaran los *métodos primal-dual path-following*; el propuso aplicar un método de barrera logarítmica a los problemas prima y dual simultáneamente. Por otra parte los investigadores [Kojima, Mizuno y Yoshine, 1989] aunado con el trabajo [Monteiro and Adler, 1989] propusieron los primeros algoritmos *path-following primal-dual*, garantizando el funcionamiento dadas sus propiedades teóricas [Nash and Sofer, 1996, Mészáros, 1996, Quintana et al., 2000].

En cambio, los *métodos de reducción potencial* intentan obtener una reducción en alguna función mérito o potencial que se relaciona con la función de barrera logarítmica. Estos métodos realizan el mismo procedimiento que los *métodos path-following*, sin embargo, no siguen explícitamente la trayectoria central. Ellos utilizan una función potencial logarítmica para medir el valor de cada punto en el conjunto de valores estrictamente factibles de la solución, con el objetivo de lograr cierto ajuste en la reducción de dicha función potencial durante cada iteración [Nash and Sofer, 1996, Wright, 1997].

En [Lustig et al., 1991], se extendió el algoritmo de punto interior primal-dual a un problema de programación lineal con variables acotadas. Consecuentemente, los algoritmos *path-following* derivaron en otra implementación de los MPI. Esta técnica, conocida como *Método Predictor-Corrector de Punto Interior*, fue desarrollada por [Mehrotra, 1992]; desde su aparición, hasta la actualidad es el algoritmo de punto interior más efectivo computacionalmente hablando [Shahidehpour and Ramesh, 1996, Quintana et al., 2000].

Según Wu et al., los resultados al utilizar el algoritmo predictor-corrector primal-dual de punto interior en un problema de FPO son computacionalmente más atractivos que el algoritmo puro de punto interior primal-dual en términos de tiempo de ejecución y número de iteraciones [Wu et al., 1994].

Como se mencionó anteriormente, de acuerdo a las características del Método Primal-Dual, esta técnica es considerada como la más eficiente. En realidad, el MPI (en especial el algoritmo Primal-Dual) en comparación con el Método Simplex muestra cierta superioridad, a pesar de esto, esta técnica muestra también desventajas. Las ventajas primordiales del MPI son las siguientes [Glavic and Wehenkel, 2004]:

- El algoritmo no tiene ningún problema con la condición de degeneración, y el número de iteraciones no está relacionado con el número de vértices de la región factible.
- Para grandes problemas de programación lineal, el algoritmo utiliza un número de iteraciones significativamente menor que el Método Simplex.

- La mayoría de las implementaciones del algoritmo resuelven un problema de programación lineal en menos de 100 iteraciones, independientemente del número de variables que contenga el problema.

Las desventajas del algoritmo Primal-Dual son las siguientes [Quintana et al., 2000, Glavic and Wehenkel, 2004]:

- El algoritmo no puede detectar un posible estado de inviabilidad del problema, o regiones factibles ilimitadas (problema no acotado). Afortunadamente, este problema puede ser resuelto utilizando modelos homogéneos.
- Cada iteración del algoritmo Primal-Dual es computacionalmente más costosa que una sola iteración del Método Simplex. No obstante, el rendimiento total para resolver un problema lineal, es producto del número de iteraciones y del trabajo realizado en cada iteración. Mientras más grande sea el tamaño del problema de programación lineal (más de 100 variables), el algoritmo Primal-Dual supera al Método Simplex.

La dificultad que tienen los MPI de no detectar la inviabilidad del problema de optimización fue resuelta por Xu et al. [Wu et al., 1994], debido a la implementación de un modelo homogéneo y auto dual de programación lineal, el cual es capaz de detectar la inviabilidad de manera confiable [Quintana et al., 2000].

3.2.4 Conceptos del Método de Punto Interior (Centro Analítico y Trayectoria Central)

En el MPI existen dos conceptos fundamentales conocidos como centro analítico y trayectoria central. En resumen, la trayectoria central son todos aquellos puntos que generan una curva continuamente diferenciable, y donde cada elemento de esta trayectoria central es conocido como centro analítico [Caron et al., 2002].

La trayectoria central (llamada también trayectoria de barrera), se define como aquel conjunto de puntos céntricos que se encuentran a través de la región factible, y donde el parámetro μ de la barrera logarítmica decrece a cero conforme se tiende al infinito, o mejor dicho, $x(\mu)$ converge a la solución óptima satisfaciendo las condiciones de optimalidad de ambos problemas (Primal y Dual) [Nash and Sofer, 1996].

Esto puede visualizarse en la Figura 3.2, donde se observa que la trayectoria central no necesariamente sigue una trayectoria de línea recta (es una función logarítmica). Dentro de esta trayectoria se encuentran diferentes soluciones, incluyendo el punto óptimo y dependiendo de la longitud de paso de las direcciones de búsqueda, se encuentra la solución óptima en un mayor o menor número de iteraciones [Hertog, 1994, Nash and Sofer, 1996].

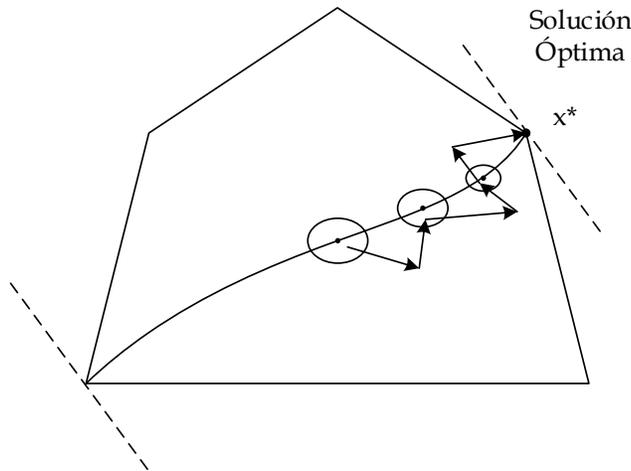


Figura 3.2 Representación de la trayectoria central, de una determinada función objetivo contemplando algunas iteraciones (Adaptada de [Hertog, 1994]).

3.3 Método de Punto Interior para Programación no Lineal

El MPI para programación no lineal es un algoritmo que resulta de la extensión directa de métodos de punto interior para programación lineal y métodos de programación cuadrática. Este método, tiene la característica de resolver problemas de carácter no lineal y no convexo [Rider et al., 2004, Vanderbei and Shanno, 1999].

3.3.1 Método de Barrera Logarítmica

Como se mencionó anteriormente, la aproximación de la función de la barrera logarítmica es generalmente atribuida a Frisch, pero desarrollada por Fiacco and McCormick en el contexto de la optimización no lineal. Para mostrar la idea general de estos métodos, se parte de un problema general con restricciones de desigualdad de la forma [Leite, 1998]:

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ \text{s.a.} & h(x) \geq 0 \end{array}$$

Donde la función escalar $f(x): R^n \rightarrow R$ y el vector de funciones no lineales $h(x): R^n \rightarrow R^p$ con doble derivada continua. Se asume que al menos un punto x^0 existe tal que $h(x^0) > 0$. Por lo tanto, la aproximación de la función de barrera logarítmica resuelve el modelo de optimización anterior incorporando restricciones de desigualdad dentro de la función objetivo, con la finalidad de transformar el problema en una secuencia de problemas sin restricciones de la forma [Leite, 1998]:

$$\min \left\{ f_{\mu}(x; \mu^k) := f(x) - \mu^k \sum_{i=1}^p \ln(h_i(x)) \right\},$$

Donde μ es el parámetro de barrera positivo que decrece a cero conforme transcurre el proceso iterativo, es decir:

$$\mu^0 > \mu^1 > \mu^2 > \dots > \mu^{\infty} = 0$$

Una breve descripción del algoritmo se resume en [Leite, 1998]:

Algoritmo 3.1. Método de Barrera Logarítmica

Paso 0: Elegir $\mu^k > 0$ como punto inicial, tal que $h(x^0) > 0$.

Paso 1: Verificar que x^k califique como un mínimo aproximado local para el modelo original. Si es así, detener el proceso con x^k como la solución.

Paso 2: Calcular el mínimo sin restricciones $f_{\mu}(x; \mu^k)$.

Paso 3: Elegir $\mu^{k+1} < \mu^k$, ajustar $k \leftarrow k + 1$ y regresar al Paso 1.

Por lo tanto, Fiacco and McCormick mostraron que bajo ciertas condiciones y un parámetro lo suficientemente pequeño μ^k que decrece a cero, la secuencia de puntos mínimos $\{x(\mu^k)\}$ de $f_{\mu}(x; \mu^k)$ forman una trayectoria continua diferenciable que converge a x^* , el cual es un mínimo local del modelo no lineal [Fiacco and McCormick, 1990, Leite, 1998].

3.3.1 Un Método no Factible de Punto Interior

El algoritmo no factible de punto interior primal-dual para programación no lineal es descrito a continuación: dadas las características de este método, se realiza el desarrollo con base a un modelo completo de optimización de carácter no lineal [Capitanescu et al., 2007, Milano, 2010]:

$$\min \quad f(z) \quad (3.7)$$

$$\text{s. a.} \quad g(z) = 0 \quad (3.8)$$

$$h_l \leq h(z) \leq h_u \quad (3.9)$$

$$z_l \leq z \leq z_u \quad (3.10)$$

Donde:

$f(z): R^n \rightarrow R$ Es la función objetivo a minimizar.

$g(z): R^n \rightarrow R^m$ Es la función de restricción de desigualdad.

$z \in R^n$ Es el vector de variables de decisión, que incluye las variables de control y estado (u, x) .

$h(z): R^n \rightarrow R^p$	Son las funciones correspondientes a las restricciones de desigualdad.
$f, g, h \in C^2(R^n)$	Funciones con segunda derivada continua.
n, m, p	Son las dimensiones del vector de variables de decisión, restricciones de igualdad y restricciones de desigualdad, respectivamente.

Las restricciones (3.10) del modelo de optimización no lineal, se introducen en las restricciones (3.9), con la finalidad de simplificar el desarrollo del MPI. Por consiguiente, al igual que en los modelos de programación lineal, se introducen variables de holgura ("w") a cada una de las restricciones del modelo (3.7), reformulando el problema de la siguiente manera [Leite, 1998, Capitanescu et al., 2007]:

$$\min \quad f(z) \quad (3.11)$$

$$\text{s.a.} \quad g(z) = 0 \quad (3.12)$$

$$h(z) - h_l - w_l = 0 \quad (3.13)$$

$$-h(z) - h_u - w_u = 0 \quad (3.14)$$

$$w_l, w_u \geq 0 \quad (3.15)$$

Cabe mencionar que al introducir las variables de holgura, el modelo es modificado, cambiando las restricciones de desigualdad a restricciones de igualdad, con la finalidad de tener un mejor manejo del problema. En la ecuación (3.15), se muestran las condiciones estrictamente positivas $(w_l, w_u) \in R^p_{++} \times R^p_{++}$, las cuales son impuestas para definir los términos logarítmicos.

Consecuentemente, se eliminan las restricciones de desigualdad en el modelo (3.11)-(3.15) agregando el término de *barrera logarítmica*, resultando en un problema de optimización restringido por igualdades. Lo anterior, hace referencia a los *Métodos de Barrera Logarítmica*, donde una vez removidas las restricciones de desigualdad, se le incorpora a la función objetivo el término *barrera logarítmica* $-\sum \log(z_i)$, que durante el proceso iterativo evita que se alcancen los límites de las restricciones, además de que penaliza las soluciones no positivas. Cabe mencionar, que el parámetro μ agregado a la barrera logarítmica, controla los valores de la misma y conforme continúa el proceso iterativo, dicho valor tiende a decrecer a cero [Nash and Sofer, 1996, Andréasson et al., 2007, Capitanescu et al., 2007].

Bajo ciertas condiciones, que incluyen suposiciones como la aproximación a cero de μ , la secuencia de puntos $\{z(\mu)\}$ (trayectoria central) pueden ser generados al resolver el problema [Leite, 1998, Capitanescu et al., 2007]:

$$\min \quad f(z) - \mu(\log(w_l) + \log(w_u)) \quad (3.16)$$

$$\text{s.a.} \quad g(z) = 0 \quad (3.17)$$

$$h(z) - h_l - w_l = 0 \quad (3.18)$$

$$-h(z) - h_u - w_u = 0 \quad (3.19)$$

Luego entonces, la función objetivo queda definida:

$$b(z, w_l, w_u; \mu) = f(z) - \mu(\log(w_l) + \log(w_u)) \quad (3.20)$$

La expresión de la función objetivo corresponde a la formulación clásica de Fiacco y McCormick (1990), de la función de barrera logarítmica, la cual justifica que mientras el parámetro μ tiende a cero, la solución $z(\mu)$ aproxima z^* , el cual es un mínimo local del subproblema (3.16)-(3.19), que por ende es solución del problema original (3.7)-(3.10). Asimismo, de la función de barrera logarítmica se sabe que el término $\log(z)$ es cóncavo, por lo que $-\mu \log(z)$ es convexo, por lo tanto la función de barrera logarítmica en realidad es una suma positiva de funciones convexas, lo cual implica que la función de barrera logarítmica es convexa [Fiacco and McCormick, 1990, Leite, 1998].

Ahora entonces, aplicando la función del Lagrangiano al problema (3.20), se obtiene [Vanderbei and Shanno, 1999, Capitanescu et al., 2007]:

$$\begin{aligned} L(z, w_l, w_u, y; \mu) = & f(z) - \mu(\log(w_l) + \log(w_u)) - y^T g(z) \\ & - \pi_l^T (h(z) - h_l - w_l) - \pi_u^T (-h(z) + h_u - w_u) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Donde los términos y, π_l, π_u , son los vectores de los *Multiplificadores de Lagrange*, y de acuerdo al método empleado, son conocidos como *variables dual*. En realidad, la función de Lagrangiano juega un rol vital en la optimización restringida: los *multiplificadores de Lagrange* indican la sensibilidad de la función objetivo a las restricciones correspondientes. La estimación apropiada de estos términos es un importante estudio en la optimización restringida [Shahidehpour and Ramesh, 1996, Capitanescu et al., 2007].

3.3.2 Condiciones de Optimalidad

Un mínimo local de (3.16)-(3.19) es caracterizado por un punto estacionario de $L(z, w_l, w_u, y; \mu)$. Por lo tanto, para obtener el mínimo del Lagrangiano, se debe calcular el gradiente e igualar a cero cada uno de los términos ($\nabla L = 0$), obteniendo así las condiciones de optimalidad de primer orden de Karush-Kunh-Tucker (KKT) que corresponden a los problemas de optimización sin restricciones. Aplicando la función del gradiente a cada una de las variables de (3.21) se tiene [Leite, 1998, Vanderbei and Shanno, 1999]:

Primer término:

$$\begin{aligned} \nabla_{w_l} L &= \frac{\partial L}{\partial w_l} = -\frac{\partial(\mu(\log(w_l) + \log(w_u)))}{\partial w_l} - \frac{\partial(\pi_l^T(h(z) - h_l - w_l))}{\partial w_l} = -\mu \begin{bmatrix} \frac{1}{w_{l_1}} & \frac{1}{w_{l_2}} & \cdots & \frac{1}{w_{l_p}} \end{bmatrix} \\ &- \begin{bmatrix} \pi_{l_1} \\ \pi_{l_2} \\ \vdots \\ \pi_{l_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla w_{l_1} & \nabla w_{l_2} & \cdots & \nabla w_{l_p} \end{bmatrix} = -\mu \begin{bmatrix} w_{l_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_{l_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_{l_p} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \pi_{l_1} \\ \pi_{l_2} \\ \vdots \\ \pi_{l_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \nabla_{w_l} L = -\mu W_l^{-1} e + \pi_l \end{aligned}$$

Segundo término:

$$\begin{aligned} \nabla_{w_u} L &= \frac{\partial L}{\partial w_u} = -\frac{\partial(\mu(\log(w_l) + \log(w_u)))}{\partial w_u} - \frac{\partial(\pi_u^T(-h(z) + h_u - w_u))}{\partial w_u} = -\mu \begin{bmatrix} \frac{1}{w_{u_1}} & \frac{1}{w_{u_2}} & \cdots & \frac{1}{w_{u_p}} \end{bmatrix} \\ &- \begin{bmatrix} \pi_{u_1} \\ \pi_{u_2} \\ \vdots \\ \pi_{u_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla w_{u_1} & \nabla w_{u_2} & \cdots & \nabla w_{u_p} \end{bmatrix} = -\mu \begin{bmatrix} w_{u_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_{u_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_{u_p} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \pi_{u_1} \\ \pi_{u_2} \\ \vdots \\ \pi_{u_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \nabla_{w_u} L = -\mu W_u^{-1} e + \pi_u \end{aligned}$$

Tercer término:

$$\begin{aligned} \nabla_{\pi_l} L &= \frac{\partial L}{\partial \pi_l} = -\frac{\partial(\pi_l^T(h(z) - h_l - w_l))}{\partial \pi_l} = \\ &= -\begin{bmatrix} \nabla \pi_{l_1} \\ \nabla \pi_{l_2} \\ \vdots \\ \nabla \pi_{l_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(z)_1 - h_{l_1} - w_{l_1} & h(z)_2 - h_{l_2} - w_{l_2} & \cdots & h(z)_p - h_{l_p} - w_{l_p} \end{bmatrix} \\ &= -\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(z)_1 - h_{l_1} - w_{l_1} & h(z)_2 - h_{l_2} - w_{l_2} & \cdots & h(z)_p - h_{l_p} - w_{l_p} \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \nabla_{\pi_l} L = -h(z) + h_l + w_l \end{aligned}$$

Cuarto término:

$$\begin{aligned}\nabla_{\pi_u} L &= \frac{\partial L}{\partial \pi_u} = - \frac{\partial (\pi_u^T (-h(z) + h_u - w_u))}{\partial \pi_u} = \\ &= - \begin{bmatrix} \nabla \pi_{u_1} \\ \nabla \pi_{u_2} \\ \vdots \\ \nabla \pi_{u_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -h(z)_1 + h_{u_1} - w_{u_1} & -h(z)_2 + h_{u_2} - w_{u_2} & \cdots & -h(z)_p + h_{u_p} - w_{u_p} \end{bmatrix} \\ &= - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(z)_1 + h_{u_1} - w_{u_1} & -h(z)_2 + h_{u_2} - w_{u_2} & \cdots & -h(z)_p + h_{u_p} - w_{u_p} \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \nabla_{\pi_u} L = h(z) - h_u + w_u\end{aligned}$$

Quinto término:

$$\begin{aligned}\nabla_y L &= \frac{\partial L}{\partial y} = - \frac{\partial (y^T g(z))}{\partial y} = - \begin{bmatrix} \nabla y_1 \\ \nabla y_2 \\ \vdots \\ \nabla y_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1(z) & g_2(z) & \cdots & g_m(z) \end{bmatrix} \\ &= - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1(z) & g_2(z) & \cdots & g_m(z) \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \nabla_y L = -g(z)\end{aligned}$$

Sexto término:

$$\begin{aligned}\nabla_z L &= \frac{\partial L}{\partial z} = \frac{\partial (f(z))}{\partial z} - \frac{\partial (y^T g(z))}{\partial z} - \frac{\partial (\pi_l^T (h(z) - h_l - w_l))}{\partial z} - \frac{\partial (-h(z) + h_u - w_u)}{\partial z} \\ &= \nabla f(z) - \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla g(z)_1 & \nabla g(z)_2 & \cdots & \nabla g(z)_m \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} \pi_{l_1} \\ \pi_{l_2} \\ \vdots \\ \pi_{l_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla h(z)_1 & \nabla h(z)_2 & \cdots & \nabla h(z)_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \pi_{u_1} \\ \pi_{u_2} \\ \vdots \\ \pi_{u_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\nabla h(z)_1 & -\nabla h(z)_2 & \cdots & -\nabla h(z)_p \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \nabla_z L = \nabla f(z) - y^T \nabla g(z) - \nabla h(z) (\pi_l^T - \pi_u^T)\end{aligned}$$

En resumen, las condiciones de KKT son:

$$\begin{aligned}
 \nabla_{w_l} L &= -\mu W_l^{-1} e + \pi_l &= 0 \\
 \nabla_{w_u} L &= -\mu W_u^{-1} e + \pi_u &= 0 \\
 \nabla_{\pi_l} L &= -h(z) + h_l + w_l &= 0 \\
 \nabla_{\pi_u} L &= h(z) - h_u + w_u &= 0 \\
 \nabla_y L &= -g(z) &= 0 \\
 \nabla_z L &= \nabla f(z) - \nabla g(z) y^T - \nabla h(z) (\pi_l^T - \pi_u^T) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Donde:

W_l	Es una matriz diagonal con elementos w_l .
W_u	Es una matriz diagonal con elementos w_u .
e	Es un vector unitario.
$\nabla h(z)$ vector	Es una matriz con derivadas parciales proveniente del $h(z)$.
$\nabla g(z)$ vector	Es una matriz con derivadas parciales proveniente del $g(z)$.

La interpretación de las condiciones de KKT de (3.22) puede desglosarse en primera instancia relacionando las ecuaciones $\nabla_{\pi_l} L, \nabla_{\pi_u} L, \nabla_y L$ y las condiciones implícitas $(w_l, w_u) \in R^p_{++} \times R^p_{++}$, como aquel conjunto de ecuaciones que aseguran la *factibilidad primal*. Por otra parte, los términos de $\nabla_x L$ con las condiciones implícitas de $(\pi_l, \pi_u) \in R^p_{++} \times R^p_{++}$ son referidas a la *factibilidad dual*. Pero además, los términos de $\nabla_{w_l} L, \nabla_{w_u} L$, son generalmente conocidos como las *condiciones complementarias de μ* . Cabe resaltar, que existen las *condiciones perturbadas complementarias de μ* las cuales consisten en la modificación del sistema de ecuaciones no lineal (3.22) por el parámetro μ . Por ejemplo, la modificación del sistema no lineal puede verse de la siguiente manera [Leite, 1998]:

$$\begin{aligned}
 W_l \pi_l - \mu e &= 0 \\
 W_u \pi_u - \mu e &= 0
 \end{aligned}$$

Esto genera que la matriz Hessiana (definida posteriormente) sea independiente de μ y asintóticamente refleje la condición del problema original cuando $\mu \rightarrow 0$. Las condiciones perturbadas de KKT se acercan de gran manera a las condiciones originales de KKT del problema no lineal original [Leite, 1998].

3.3.3 Cálculo de las Direcciones de Newton

Una vez obtenido el sistema (3.22), se utiliza el Método de Newton-Raphson para resolver el sistema no lineal de las condiciones de optimalidad de KKT, debido a que es la base del algoritmo numérico para encontrar la solución del sistema primal-dual. Este método además es muy eficiente para la programación cuadrática convexa y la programación lineal. La dirección de Newton es solo un medio para seguir la trayectoria de mínimos parametrizados por μ . Tal solución aproximada puede ser obtenida al resolver el sistema de ecuaciones tal y como está, o también al resolver un sistema de ecuaciones reducido, al sustituir ciertas variables. El sistema simétrico lineal completo a resolver es el siguiente: [Vanderbei and Shanno, 1999, Capitanescu et al., 2007]:

$$\begin{bmatrix} \mu W_l^{-2} & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu W_u^{-2} & 0 & I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & -\nabla h(z) \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & \nabla h(z) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\nabla g(z) \\ 0 & 0 & -\nabla h(z)^T & \nabla h(z)^T & -\nabla g(z)^T & H(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta w_l \\ \Delta w_u \\ \Delta \pi_l \\ \Delta \pi_u \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{w_l} L \\ \nabla_{w_u} L \\ \nabla_{\pi_l} L \\ \nabla_{\pi_u} L \\ \nabla_y L \\ \nabla_z L \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Donde:

$$H(z) = \nabla_z^2 f(z) - \nabla_z^2 g(z) y^T - \nabla_z^2 h(z) (\pi_l^T - \pi_u^T) \quad (3.24)$$

Y corresponde a la *Matriz Hessiana* de la función objetivo $f(z)$, la función de la restricción de igualdad $g(z)$ y la función de las restricciones de desigualdad $h(z)$. El inconveniente del MPI radica precisamente en el cálculo de esta matriz, la cual demanda gran esfuerzo al formarla y al evaluarla. De igual manera, los términos $\Delta z, \Delta y, \Delta w_l, \Delta w_u, \Delta \pi_l, \Delta \pi_u$, son valores de corrección, los cuales a lo largo de las iteraciones irán modificándose, alterados por el parámetro de longitud de paso α como se indica en la siguiente subsección.

Con fines de adaptar la matriz Jacobiana del sistema (3.23) a la descomposición triangular LU para resolver el sistema lineal $Ax = b$, los cuadrantes de dicha matriz se reordenaron con la finalidad de tener elementos diferentes de cero en los primeros cuadrantes de la diagonal generando el sistema (3.25). Los principales inconvenientes de este sistema resultan en la dispersión de la matriz Jacobiana, sin embargo, se puede realizar una importante reducción tomando en cuenta únicamente los términos $\Delta z, \Delta y$. En realidad el término Δz engloba a todas las variables de corrección excepto

Δy , puesto que no depende de ninguna de las otras variables. Dicho lo anterior, se realiza serie de sustituciones resultando en el sistema matricial reducido (3.26).

$$\begin{bmatrix} H(z) & 0 & 0 & -\nabla h(z)^T & \nabla h(z)^T & -\nabla g(z)^T \\ 0 & \mu W_l^{-2} & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu W_u^{-2} & 0 & I & 0 \\ -\nabla h(z) & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(z) & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ -\nabla g(z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta w_l \\ \Delta w_u \\ \Delta \pi_l \\ \Delta \pi_u \\ \Delta y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_z L \\ \nabla_{w_l} L \\ \nabla_{w_u} L \\ \nabla_{\pi_l} L \\ \nabla_{\pi_u} L \\ \nabla_y L \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\begin{bmatrix} HR & -\nabla g(z)^T \\ -\nabla g(z) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \beta \\ \nabla_y L \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Donde:

$$\begin{aligned} HR &= H(z) + \mu \nabla h(z)^T W_l^{-2} \nabla h(z) + \mu \nabla h(z)^T W_u^{-2} \nabla h(z) \\ \beta &= \nabla_z L + \nabla h(z)^T \left[\mu W_u^{-2} \nabla_{\pi_u} L - \mu W_l^{-2} \nabla_{\pi_l} L + \nabla_{w_l} L - \nabla_{w_u} L \right] \end{aligned} \quad (3.27)$$

Las variables de corrección restantes se calculan como:

$$\begin{aligned} \Delta w_l &= \nabla h(z) \Delta z - \nabla_{\pi_l} L & \Delta \pi_l &= -\mu W_l^{-2} \Delta w_l - \nabla_{w_l} L \\ \Delta w_u &= -\nabla h(z) \Delta z - \nabla_{\pi_u} L & \Delta \pi_u &= -\mu W_u^{-2} \Delta w_u - \nabla_{w_u} L \end{aligned} \quad (3.28)$$

Cabe resaltar que en la sección de resultados (Capítulo 4), se realizará una breve comparación en la solución del problema de FPO empleando la matriz Jacobiana completa del sistema (3.23) y la matriz Jacobiana reducida (3.26), con la finalidad de recalcar el tiempo de simulación contemplando una matriz demasiado dispersa. No obstante para las demás simulaciones se contempló únicamente la matriz Jacobiana reducida.

3.3.4 Actualización de las Variables

Una vez obtenido el vector de correcciones del sistema lineal (3.23), se procede a determinar los nuevos valores de las variables primal y dual correspondientes a la k -ésima iteración; considerando los valores de iteración anterior (valores iniciales en el caso de ser la primera iteración) y las longitudes de paso [Rider et al., 2004].

$$\begin{aligned} w_l^{(k+1)} &= w_l^{(k)} + \alpha_p^{(k)} \Delta w_l^{(k)} & \pi_l^{(k+1)} &= \pi_l^{(k)} + \alpha_d^{(k)} \Delta \pi_l^{(k)} \\ w_u^{(k+1)} &= w_u^{(k)} + \alpha_p^{(k)} \Delta w_u^{(k)} & \pi_u^{(k+1)} &= \pi_u^{(k)} + \alpha_d^{(k)} \Delta \pi_u^{(k)} \\ z^{(k+1)} &= z^{(k)} + \alpha_p^{(k)} \Delta z^{(k)} & y^{(k+1)} &= y^{(k)} + \alpha_d^{(k)} \Delta y^{(k)} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Para la programación lineal, las diferentes longitudes de paso $\alpha_p^{(k)}$ y $\alpha_d^{(k)}$ son utilizadas en el MPIPD; de hecho, se han demostrado mejores resultados y mayor eficiencia empleando ambas longitudes de paso, que utilizar un paso en común. En el caso de un problema no lineal, diferentes autores exponen sus resultados al utilizar una misma longitud de paso [Wu et al., 1994, Torres and Quintana, 1998, Vanderbei and Shanno, 1999], mientras que otros autores mencionan haber utilizado de manera separada los pasos de longitud [Granville, 1994, Rider et al., 2004, Capitanescu et al., 2007]; no obstante, en ambos casos se encuentra un punto óptimo. Por consiguiente, las longitudes de paso se calculan como [Wu et al., 1994, Capitanescu et al., 2007]:

$$\begin{aligned}\alpha_p^{(k)} &= \min \left\{ 1, \gamma \min_{\Delta w_i^k < 0} \left(\frac{-w_i^k}{\Delta w_i^k} \right) \right\} \\ \alpha_d^{(k)} &= \min \left\{ 1, \gamma \min_{\Delta \pi_i^k < 0} \left(\frac{-\pi_i^k}{\Delta \pi_i^k} \right) \right\}\end{aligned}\tag{3.30}$$

Donde el valor de $\gamma \in (0,1)$ es un factor de seguridad que permite garantizar que el siguiente punto cumplirá las condiciones de no negatividad de las variables de holgura (w_i^k, w_u^k) y las variables dual (π_i^k, π_u^k). De acuerdo a Rider et al., un valor típico a elegir es $\gamma = 0.9995$, dado que el objetivo es tomar el mayor valor posible en la dirección de Newton [Rider et al., 2004, Capitanescu, et al., 2007].

En este trabajo se utilizó una misma longitud de paso, por lo que se acoplan en las condiciones de factibilidad dual del sistema (3.22) de la siguiente manera [Capitanescu et al., 2007, Milano, 2010]:

$$\alpha_p^{(k)} = \alpha_d^{(k)} = \min \left\{ \alpha_p^{(k)}, \alpha_d^{(k)} \right\}\tag{3.31}$$

Cabe resaltar, que existen problemas al utilizar ambas longitudes de paso en la actualización de las correcciones. Por ejemplo, se puede dar el caso que existan problemas de convergencia, dado que alguno de los dos parámetros sea muy pequeño e incluso próximo a cero, mientras que el otro paso adquiriera un mayor valor; en tal caso, sería una pérdida de tiempo estar actualizando las variables, si se da esta problemática. Por lo tanto contemplando el mínimo valor de ambos parámetros como se expresa en (3.31), se podría evitar este inconveniente, pero además, se recomienda tener un control de la longitud de paso considerando un valor mínimo, es decir, $\alpha_p^{(k)}, \alpha_d^{(k)} \geq \alpha_{min}$ [Capitanescu et al., 2007]. De acuerdo a Capitanescu et al., se recomienda utilizar $\alpha_{min} = 0.1$, sin embargo, de acuerdo a este trabajo, la solución óptima se tiene en un menor número de iteraciones tomando en consideración $\alpha_{min} = 0.01$. No obstante, se debe hacer hincapié a que la elección de este parámetro depende mucho de las características del modelo, es decir, el tipo de restricciones y función objetivo que se estén considerando.

3.3.5 Parámetro de Barrera Logarítmica

Para la elección del parámetro de la barrera logarítmica, la mayoría de los autores coinciden con la parte del numerador de la expresión ($\rho^{(k)}$), y difieren en el denominador, debido principalmente al tipo de modelo de optimización. El parámetro de la barrera logarítmica μ , se puede elegir como [Wright, 1997, Leite, 1998]:

$$\mu^{(k+1)} = \sigma^{(k)} \frac{\rho^{(k)}}{2(m+p)} \quad (3.32)$$

Donde:

$$\rho^{(k)} = w_l^T \pi_l + w_u^T \pi_u \quad (3.33)$$

$$0 \leq \sigma \leq 1 \quad (3.34)$$

La experiencia computacional ha mostrado que el rendimiento del algoritmo es mejor cuando se realiza el producto complementario $w_l^T \pi_l + w_u^T \pi_u$, dado que se obtiene una adecuada aproximación a cero en un rango uniforme [Capitanescu et al., 2007].

El parámetro $\sigma \in [0,1]$ es conocido como parámetro de centrado; si el parámetro es $\sigma = 1$ el sistema KKT define una dirección céntrica, generando que la dirección de Newton se dirija hacia un punto de la trayectoria de la barrera logarítmica, es decir una trayectoria que converge a la solución z^* cuando $\mu \rightarrow 0$ (trayectoria central en la programación lineal) [Leite, 1998].

En cambio, en la programación no lineal el parámetro de centrado σ puede tomar valores en un rango $\sigma \in [0.1, 0.2]$ pues ha mostrado tener un buen rendimiento al alcanzar la factibilidad y la optimalidad de un determinado punto factible [Vanderbei and Shanno, 1999, Capitanescu et al., 2007]. En este trabajo se optó por elegir este parámetro como $\sigma = 0.2$.

Otra cuestión importante, es la inicialización del parámetro de la barrera logarítmica $\mu^{(0)}$. La elección de este parámetro juega un rol importante en el proceso de solución, puesto que durante el proceso iterativo podría hacer que las restricciones sean activas demasiado pronto, e incluso empeorar la convergencia, es decir, retrasar el proceso de convergencia o en el peor de los casos no cumplir los criterios de paro. En general, no hay un valor específico para inicializarlo y depende específicamente del problema con que se esté lidiando. Este parámetro puede oscilar entre $\mu^{(0)} \in [0.01, 1000]$. De acuerdo a Capitanescu et al., el parámetro puede inicializarse con $\mu^{(0)} = 0.1$ en un estudio de FPO donde las curvas de costos de generación sean cuadráticas. Asimismo, si las curvas de entrada-salida son lineales, es recomendable elegir $\mu^{(0)} = 1$. Pero además, si en el modelo existen transformadores desfasadores, se

puede designar $\mu^{(0)} = 100$, debido a las variaciones del ángulo de fase [Capitanescu et al., 2007].

3.3.6 Criterios de Convergencia

Prácticamente, cinco criterios de convergencia se deben de cumplir para asegurar que se ha encontrado un punto óptimo. Los primeros dos criterios relacionan la factibilidad primal y dual respectivamente; a su vez, el tercer criterio relaciona la brecha complementaria (valor residual de la condición complementaria). De la misma manera, el cuarto criterio contempla la diferencia entre la evaluación de la función objetivo correspondiente a la iteración en curso y a la iteración anterior, y finalmente el ultimo criterio incluye el parámetro μ de la barrera logarítmica, cuyo valor va decreciendo a cero conforme al proceso iterativo. Los criterios de paro se enuncian a continuación [Rider et al., 2004, Glavic and Wehenkel, 2004, Capitanescu et al., 2007]:

1. **Criterio de paro primal.** Relacionando las condiciones primales del sistema (3.22) se espera que:

$$-g(z) = 0, \quad -h(z) + h_l + w_l = 0, \quad h(z) - h_u + w_u = 0 \quad (3.35)$$

Por lo que se puede utilizar la definición de norma infinita a cada una de las expresiones, porque este concepto señala el máximo valor de los valores absolutos de cada uno de los términos. Matemáticamente hablando, la norma infinita de un vector se define de la siguiente manera:

$$\|z\|_{\infty} = \max \{|z_1|, |z_2|, \dots, |z_n|\} \quad (3.36)$$

Para el primer término de (3.35) se establece entonces que:

$$\|g(z)\|_{\infty} \leq \varepsilon_1 \quad (3.37)$$

Pero para las otras condiciones primales se puede observar que es necesario $h(x) \geq 0$ para cumplir la igualdad, por lo que se deduce lo siguiente:

$$\max \{-h(z) + h_l\} \leq \varepsilon_1, \quad \max \{h(z) - h_u\} \leq \varepsilon_1 \quad (3.38)$$

Combinando entonces las expresiones (3.37) y (3.38), se obtiene el primer criterio de paro primal.

$$\max \{\max \{h_l - h(z)\}, \max \{h(z) - h_u\}, \|g(z)\|_{\infty}\} \leq \varepsilon_1 \quad (3.39)$$

2. **Criterio de paro dual.** Realizando el mismo análisis que en el criterio anterior, se consideran las condiciones duales del sistema (3.22) las cuales son:

$$\nabla f(z) - \nabla g(z) y^T - \nabla h(z) (\pi_l^T - \pi_u^T) = 0 \quad (3.40)$$

De igual forma, se considera la definición de la norma infinita considerando todos los elementos del vector, por lo que se espera que se cumpla lo siguiente:

$$\left\| \nabla f(z) - \nabla g(z) y^T - \nabla h(z) (\pi_l^T - \pi_u^T) \right\|_{\infty} \leq \varepsilon_1 \quad (3.41)$$

Además se puede tener una mejor aproximación a la solución si se divide la longitud (dada por la norma cuadrado) por un número pequeño, para evitar la posibilidad de una expresión indefinida, por ejemplo, se consideran las normas de las variables:

$$\|z\|_2, \|y\|_2, \|\pi_l\|_2, \|\pi_u\|_2 \quad (3.42)$$

Obteniéndose así el criterio de paro dual:

$$\frac{\left\| \nabla f(z) - \nabla g(z) y^T - \nabla h(z) (\pi_l^T - \pi_u^T) \right\|_{\infty}}{1 + \|z\|_2 + \|y\|_2 + \|\pi_l\|_2 + \|\pi_u\|_2} \leq \varepsilon_1 \quad (3.43)$$

3. **Criterio de paro complementario.** Utilizando la brecha complementaria, se obtiene el tercer criterio de paro:

$$\frac{\rho}{1 + \|z\|_2} \leq \varepsilon_1 \quad (3.44)$$

4. **Criterio de paro de la función objetivo.** En este criterio se contemplan las evaluaciones de la función objetivo de la iteración en curso y la iteración anterior, obteniéndose así:

$$\frac{|f(z^{(k)}) - f(z^{(k-1)})|}{1 + f(z^{(k)})} \leq \varepsilon_2 \quad (3.45)$$

5. **Criterio del parámetro de la barrera logarítmica.** Dado que el parámetro μ decrece a cero durante el proceso iterativo, se puede considerar una buena obtención de resultados cuando cumpla la siguiente tolerancia:

$$\mu^{(k)} \leq \varepsilon_2 \quad (3.46)$$

Donde las tolerancias típicas son $\varepsilon_1 = 10^{-4}$ y $\varepsilon_2 = 10^{-6}$. De hecho, un punto óptimo que cumpla las desigualdades de los criterios tres primeros criterios de paro, es conocido como un punto KKT de precisión ε_1 [Leite, 1998].

3.4 INICIALIZACIÓN DE LAS VARIABLES EN UN ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS

A lo largo del procedimiento del MPI determinadas variables deben de tener un punto de partida para cumplir determinadas cuestiones y se mejore el tiempo de búsqueda en los óptimos locales. Aunque no es obligatorio un punto inicial estrictamente factible, las condiciones de no negatividad deben de cumplirse durante cada iteración $w_l, w_u, \pi_l, \pi_u > 0$. Sin embargo, en un estudio de FPO, se recomienda inicializar las variables de la siguiente manera:

3.4.1 Magnitud y Ángulo de Tensión

Los valores iniciales de este vector deberían ser seleccionados por medio de un buen criterio de ingeniería, con la finalidad de asegurar un amplio rango de convergencia. En esta aplicación de estudios de FPO, las magnitudes y ángulos de tensión deberían de inicializarse de manera similar a la condición de inicialización del problema de flujos de potencia convencionales, es decir, como perfil plano (magnitud de 1 p.u. y ángulo de 0° , para todos los nodos). Esto proporciona un adecuado punto de partida. Dada la experiencia en las restricciones de la red eléctrica de potencia, la mayoría de los problemas mantiene cierto margen en los valores de magnitud y ángulo de tensión como $0.95 \leq V_i \leq 1.05$ y $-10^\circ \leq \theta_i \leq 10^\circ$; por esta razón es que se eligen valores de perfil plano para la inicialización de estas variables [Acha et al., 2004].

3.4.2 Potencia Activa y Reactiva

Por otra parte, los valores de potencia activa en la aplicación del MPI para FPO son propuestos como obtención de un estudio de despacho económico sin pérdidas. Hoy en día existen diferentes maneras de formular el problema, sin embargo, la formulación recomendada es tomar en consideración los límites de generación haciendo más realista las condiciones de inicialización. Asimismo, si no se cuenta con una rutina para poder obtener la potencia de generación, se podría establecer como valor inicial el punto intermedio de cada variable de decisión, tomando en cuenta los límites superiores e inferiores [Wood et al., 2014, Capitanescu et al., 2007].

3.4.3 Variables de Holgura "Slacks"

De acuerdo a Capitanescu et al., las variables de holgura podrían inicializarse como:

$$w_l^{(0)} = \min \left\{ \max \left\{ \delta h^{(\Delta)}, h(x^{(0)}) - h_l \right\}, (1 - \delta) h^{(\Delta)} \right\} \quad (3.47)$$

$$w_u^{(0)} = \min \left\{ \max \left\{ \delta h^{(\Delta)}, h_u - h(x^{(0)}) \right\}, (1 - \delta) h^{(\Delta)} \right\} \quad (3.48)$$

Donde los parámetros $h^{(\Delta)} = h_u - h_l$, $\delta \in [0.1, 0.3]$ ofrecen buenos resultados en el rendimiento del algoritmo [Capitanescu et al., 2007].

3.4.4 Multiplicadores de Lagrange

A su vez, los Multiplicadores de Lagrange 'y' para las ecuaciones de FPO utilizadas en la formulación, podrían inicializarse como $y^{(0)} = 0$. La experiencia muestra que estos valores dan lugar a soluciones iterativas muy robustas. Por otra parte los Multiplicadores de Lagrange utilizados para aquellas ecuaciones que fueron modificadas al agregar las variables de holgura, se pueden inicializar de la siguiente manera [Acha et al., 2004, Capitanescu et al., 2007]:

$$\pi_l^0 = \mu^{(0)} \left(W_l^{(0)} \right)^{-1} e \quad \pi_u^0 = \mu^{(0)} \left(W_u^{(0)} \right)^{-1} e \quad (3.49)$$

3.5 ALGORITMO GENERAL DEL ALGORITMO DEL MÉTODO PUNTO INTERIOR PRIMAL-DUAL

A lo largo del procedimiento del MPI, algunas variables deben de tener un punto de partida para cumplir condiciones adecuadas y mejorar el tiempo de búsqueda. En resumen, el algoritmo del método sería el siguiente:

Algoritmo 3.2. Método de Punto Interior Primal-Dual

Paso 0: (Inicialización). Elegir valores apropiados que satisfagan las condiciones de no negatividad $(w_l^0, w_u^0, \pi_l^0, \pi_u^0) > 0$, así como las variables restantes inmersas en el modelo de optimización.

Paso 1: Calcular el paso de la barrera logarítmica, considerar $\mu^0 > 0$ en la primera iteración.

Paso 2: Obtener la Dirección de Newton al resolver el sistema de ecuaciones no lineales (3.23).

Paso 3: Determinar los parámetros de longitudes de paso α_p, α_d .

Paso 4: Realizar la prueba de convergencia. Si la solución cumple los criterios de convergencia, la solución óptima ha sido encontrada, de otra manera, regresar al Paso 2.

CAPÍTULO 4:

PROGRAMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS POR EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan y se describen los programas de simulación digital realizados en el software matemático MATLAB® 2014 y en el lenguaje de programación FORTRAN 90, para el estudio de FPO en C.A. por el MIPD. Este programa tiene la capacidad de simular un estudio de FPO contemplando las restricciones de un modelo clásico.

4.2 IMPLEMENTACIÓN DE UN PROGRAMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS POR EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR

Como se mencionó anteriormente, se realizaron en este trabajo tres programas de simulación digital, dos de ellos codificados en MATLAB® 2014 y el otro en lenguaje de FORTRAN 90, cuyos diagramas de flujo se muestran en el Apéndice F. Para poder realizar el estudio de FPO, en primera instancia se describe el algoritmo que utiliza variables simbólicas cuyo rendimiento es pobre (ver el Capítulo 5). Debido a esto, se optó por realizar otros códigos sin emplear la función de variables simbólicas, lo cual redujo notablemente el tiempo de ejecución. Cabe mencionar, que todos los códigos mantienen un proceso similar.

Además, se puede mencionar que en un inicio se contempló el uso de funciones de redondeo, debido a que en la primera versión de los programas, en la cual se utilizaron variables simbólicas, el proceso del software matemático de MATLAB® se detenía completamente si no se empleaban dicha función, resultando en la incapacidad de invertir la matriz Jacobiana para resolver el sistema $Ax = b$. Por lo tanto, esta función de redondeo fue considerada en un inicio en la segunda versión de programas de simulación, minimizando el tiempo de ejecución en alrededor de un 85% [López, 2016].

Debido a los largos tiempos de solución obtenidos con las dos primeras versiones del programa, aún resultaba inviable realizar estudios de FPO, por lo que se procedió a realizar una tercera versión en lenguaje FORTRAN 90, reduciendo el tiempo de solución aún más. Posteriormente, en la segunda versión de MATLAB® se omitió la función de redondeo que arrastraba desde la primer versión, resultando en un número de iteraciones y tiempo de solución similar al mostrado por la versión que empleó lenguaje de programación FORTRAN 90.

4.2.1 Programa de Flujos de Potencia Óptimo (MATLAB® 2014 - Versión 1)

La primera versión del programa en MATLAB® 2014 utiliza variables simbólicas (su utilización puede observarse en el Apéndice C). Por otra parte, el diagrama de flujo correspondiente a esta versión es visualizado en la Figura 4.1. Dicho programa realiza la lectura de datos de un archivo de texto, cuya estructura se indica en el Apéndice B. Cabe mencionar, que este código se realizó en un mismo archivo, es decir, no se utilizaron subrutinas o funciones paralelas dado que consumían mayor tiempo.

En relación a la lectura de datos que requiere el programa en la Tabla 4.1 se enuncian las variables que requiere este programa indicando la variable en la que se asignan.

Tabla 4.1 Variables de lectura del programa de MATLAB® 2014.

Variable Asignada	Descripción
nn	Numero de nodos.
nel	Número de elementos o líneas.
ng	Número de nodos de generación.
nrd	Número de restricciones de desigualdad.
nri	Número de restricciones de igualdad.
cf2	Coeficiente cuadrático del polinomio de la función objetivo.
cf1	Coeficiente lineal del polinomio de la función objetivo.
cf0	Coeficiente constante del polinomio de la función objetivo.
pgmin	Límite de potencia real mínima de generación.
pgmax	Límite de potencia real máxima de generación.
qgmin	Límite de potencia reactiva mínima de generación
qgmax	Límite de potencia reactiva máxima de generación.
vmin	Límite inferior de magnitud de tensión nodal.
vmax	Límite superior de magnitud de tensión nodal.
angmin	Límite inferior del ángulo de tensión nodal.
angmax	Límite superior del ángulo de tensión nodal.
pl	Potencia real demandada.
ql	Potencia reactiva demandada.

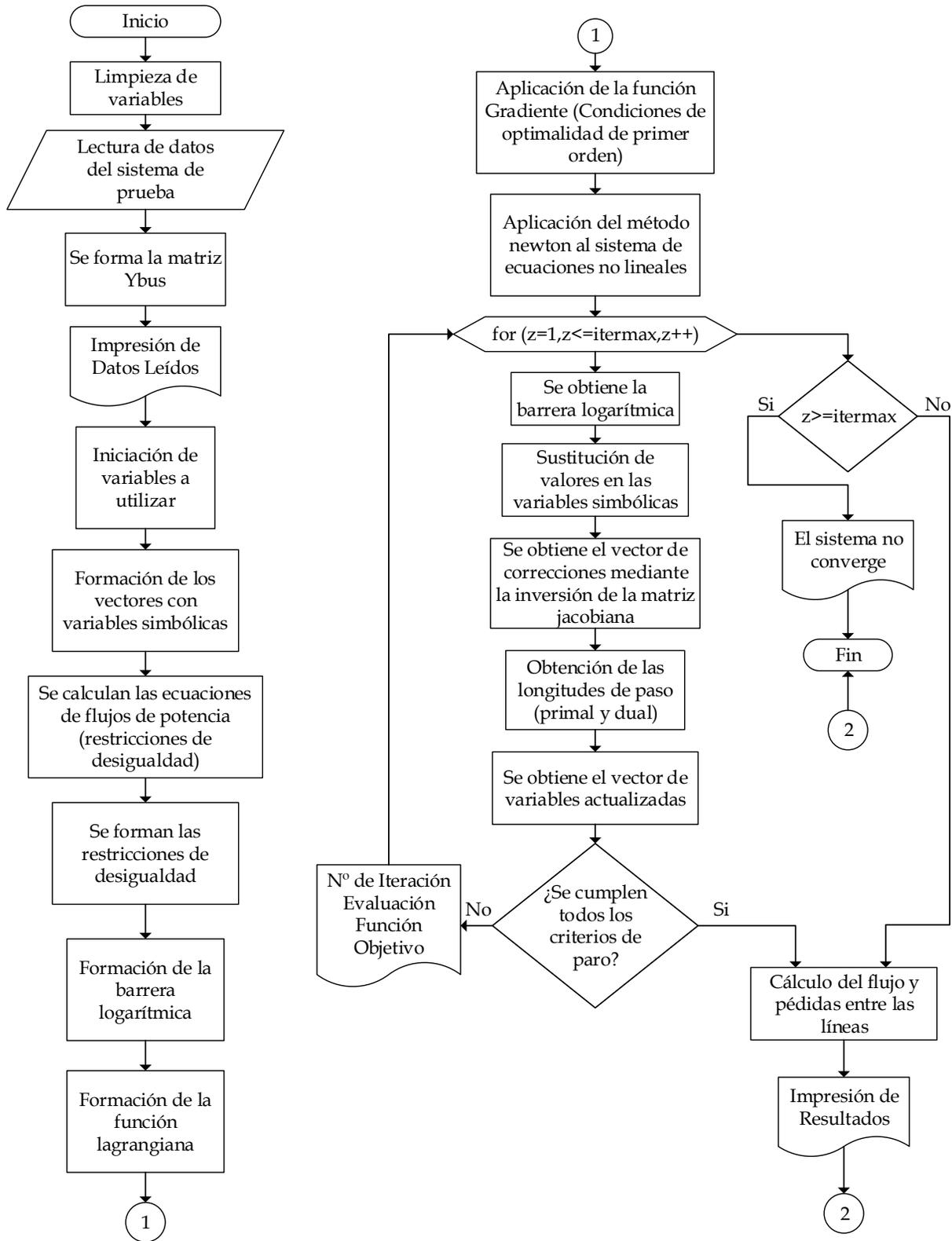


Figura 4.1 Diagrama de flujo del programa de Flujos de Potencia Óptimo de MATLAB® 2014, versión 1, con variables simbólicas.

A pesar de que no se emplearon subrutinas en este código, se añadió una parte del código de [López, 2015], el cual se encarga de la formación de la matriz de admitancias Y_{BUS} ; este algoritmo fue modificado de tal manera que se acoplara al programa para la formación de las restricciones de igualdad (*ecuaciones de flujo*), contemplando las admitancias en paralelo de cualquier sistema de potencia. El correspondiente diagrama de flujo puede observarse en la Figura 4.2.

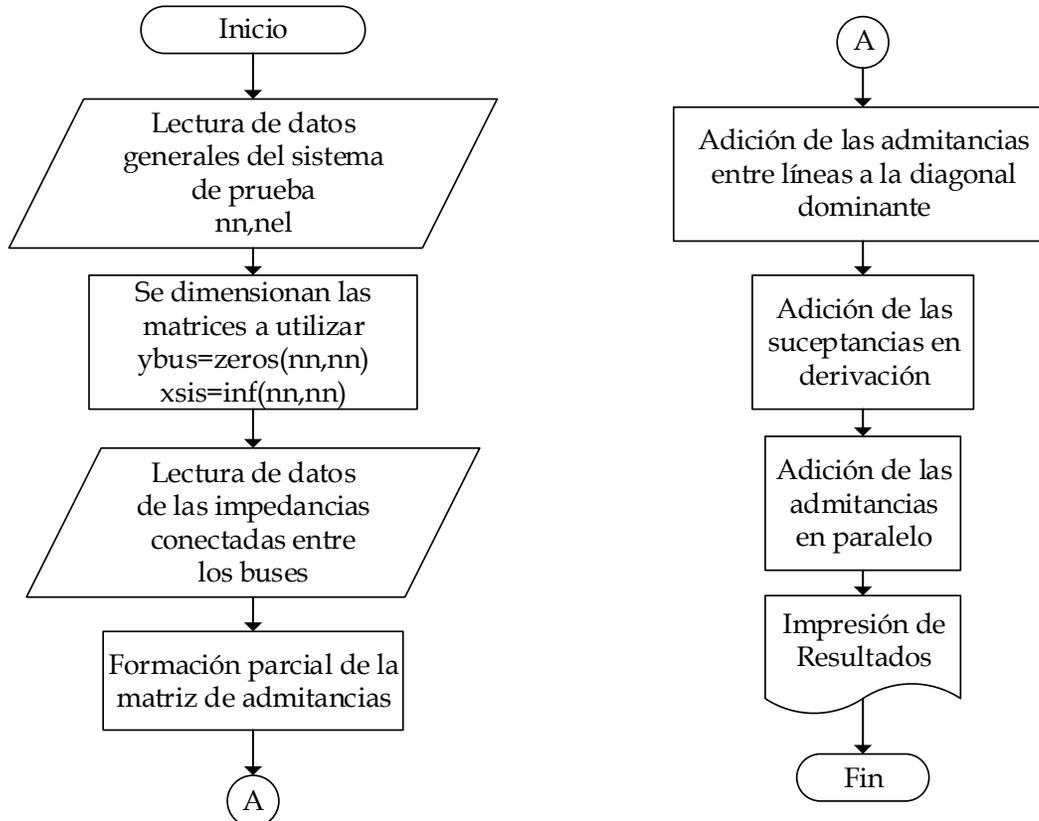


Figura 4.2 Diagrama de flujo del proceso de formación de matriz Y_{bus} .

En relación a la interpretación de resultados, si el programa converge con determinado sistema de prueba, se detallan los ajustes óptimos que se le deben de realizar a la red eléctrica. Se puede decir que la interpretación de resultados se desglosa en tres etapas, donde la primera sección se enseña en la Figura 4.3.

En primer plano se exhiben los datos del autor, posteriormente en los siguientes tres apartados se mencionan los datos extraídos del archivo de texto (Para este ejemplo se utilizó el archivo de texto correspondiente al sistema de prueba de cinco nodos de [Frank and Rebennak, 2012]) el cual muestra algunos valores descritos en la Tabla 4.1. Finalmente, en la última subsección, se muestra la matriz de admitancias Y_{BUS} expresada de manera rectangular (conductancia y susceptancia).

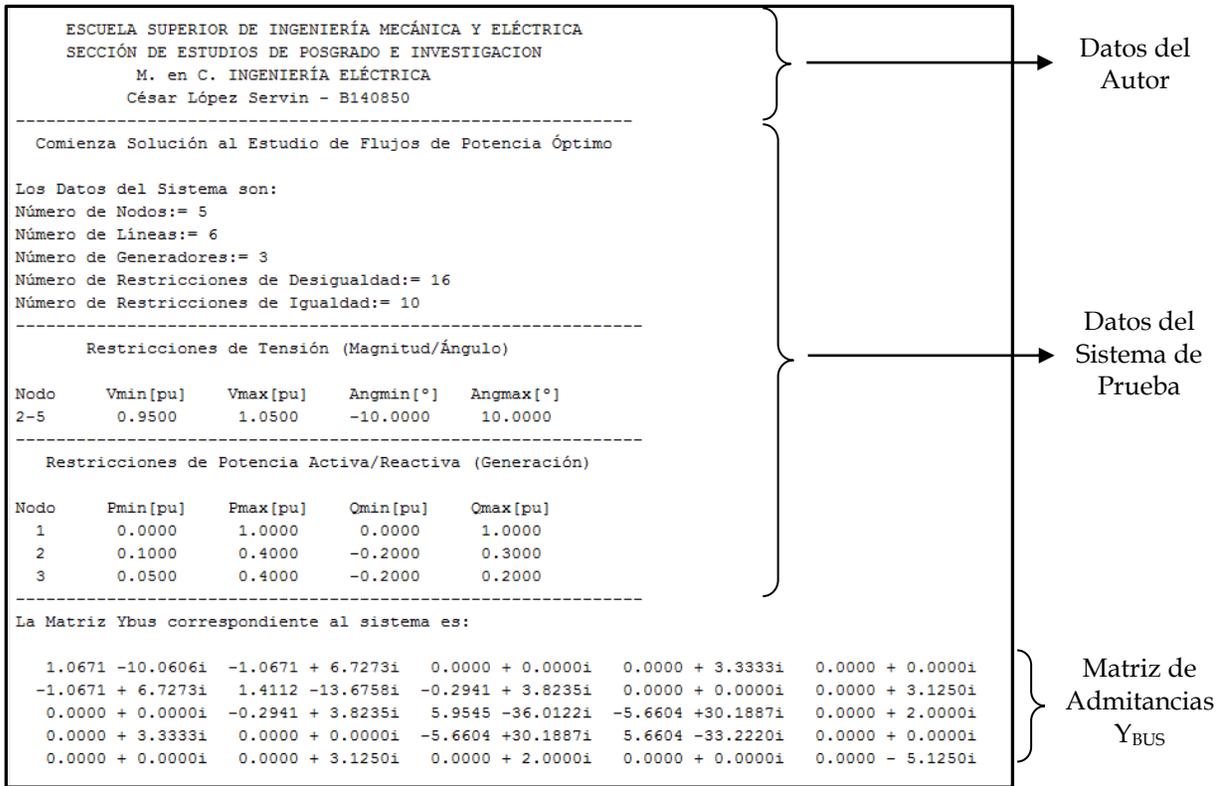


Figura 4.3 Impresión de resultados del programa de MATLAB® 2014 (Primera parte).

En el segundo apartado de la impresión de resultados mostrado en la Figura 4.4 se indica el número de iteración y la evaluación de la función objetivo correspondiente. Para ejemplificar lo dicho anteriormente, se exhibe nuevamente el proceso del sistema de cinco nodos. A lo largo de cada iteración una evaluación diferente es calculada hasta que dicho proceso converge. También se observa en la Figura 4.4 que si la evaluación de la función objetivo se repite después de la iteración anterior, el programa está cerca de converger. Asimismo, se hace hincapié que si el sistema hubiera divergido después de cierto número de iteraciones, se muestra una leyenda “Se excedió el número de iteraciones. El sistema no converge”. De cualquier manera si en determinado proceso iterativo existen cambios drásticos en las evaluaciones de la función objetivo, el sistema nunca convergerá y se puede cancelar el proceso de MATLAB®.

Finalmente, la última etapa de resultados se resume en la Figura 4.5, donde una vez que los parámetros del sistema de potencia convergieron, los ajustes óptimos son mostrados (*variables de estado y control*) y a su vez son utilizados para obtener los flujos de potencia y pérdidas en las líneas de la red eléctrica, los cuales son notados en las secciones posteriores. De esta manera se tiene el estado estacionario de la red eléctrica de acuerdo a las variables contempladas, evidentemente si existen mayor número de variables de decisión, proporcionalmente aumenta el conjunto de restricciones del sistema, logrando así aproximarse a simular un estado real de una red eléctrica pero

corriendo el riesgo que no se encuentre una solución factible que cumpla los límites del sistema eléctrico de potencia.

```

El Proceso Iterativo se muestra a continuación:

Iteración:= 1
Evaluación de la Función Objetivo = 0.3747
Iteración:= 2
Evaluación de la Función Objetivo = 0.4385
Iteración:= 3
Evaluación de la Función Objetivo = 0.4391
Iteración:= 4
Evaluación de la Función Objetivo = 0.4256
Iteración:= 5
Evaluación de la Función Objetivo = 0.4060
Iteración:= 6
Evaluación de la Función Objetivo = 0.4039
Iteración:= 7
Evaluación de la Función Objetivo = 0.4036
Iteración:= 8
Evaluación de la Función Objetivo = 0.4035
Iteración:= 9
Evaluación de la Función Objetivo = 0.4035
Iteración:= 10
Evaluación de la Función Objetivo = 0.4035

-----
Terminó el Estudio de Flujos de Potencia Óptimo
Número de Iteraciones = 11
Tiempo Final de la Ejecución
Elapsed time is 78.926485 seconds.
Evaluación Final de la Función Objetivo = 0.4035
    
```

Figura 4.4. Impresión de resultados del programa de MATLAB® 2014 (Segunda parte).

Los Ajustes Óptimos son:					
Nodo	Potencia Activa [pu]	Potencia Reactiva [pu]			
1	0.9435	0.1089			
2	0.1947	0.0505			
3	0.0583	0.2000			
Total:	1.1965	0.3594			

Nodo	Magnitud de tensión [pu]	Ángulo de tensión [grados]			
1	0.9978	0.0000			
2	0.9799	-3.8259			
3	0.9770	-9.2589			
4	0.9893	-8.4457			
5	0.9500	-8.8196			

Flujos en las Líneas:					
Nodo	Nodo	P[pu]	Q[pu]	P[pu]	Q[pu]
i	k	i	k	k	i
1	2	0.4602	0.0450	-0.4552	-0.0526
1	4	0.4832	0.0639	-0.4832	0.0077
2	3	0.3487	0.0006	-0.3462	0.0323
2	5	0.2532	0.1026	-0.2532	-0.0777
3	4	-0.4813	-0.2852	0.4832	0.2859
3	5	-0.0142	0.0529	0.0142	-0.0513

Pérdidas en las Líneas:					
Nodo	Nodo	P	Q		
i	k	[pu]	[pu]		
1	2	0.0050	-0.0077		
1	4	0.0000	0.0716		
2	3	0.0025	0.0329		
2	5	0.0000	0.0249		
3	4	0.0020	0.0007		
3	5	-0.0000	0.0016		

Figura 4.5. Impresión de resultados del programa de MATLAB® 2014 (Tercera parte).

4.2.2 Programa de Flujos de Potencia Óptimos (MATLAB® 2014 - Versión 2)

En esta versión de MATLAB® no se consideran la utilización de variables simbólicas debido al tiempo que requieren en la construcción y evaluación de las mismas, principalmente de la matriz Jacobiana. El proceso de este código es parecido a la primera versión, mostrando el diagrama de flujo en la Figura 4.6. Cabe resaltar que este diagrama de flujo es similar a la tercera versión de programas de simulación, descrito en la siguiente subsección.

A diferencia del primer algoritmo, este código es más extenso, puesto que no se ocupan funciones que deriven automáticamente una variable; para esto se analizó la formulación a detalle (ver Capítulo 3) y se realizó la programación de cada cuadrante del Jacobiano tomando en consideración que expresiones deben de contener cada elemento de dicha matriz, así como del vector de los elementos generados de la función Gradiente.

Similarmente, la lectura de datos es la misma que la versión anterior, asignando los valores del archivo de texto a las variables de la Tabla 4.1. De la misma forma se realiza el mismo procedimiento de inicialización de variables y proceso de formación de la matriz de admitancias Y_{BUS} cuyo diagrama de flujo se muestra en la Figura 4.2. Por otra parte, la impresión de resultados tiene la misma estructura de salida que la primera versión (Figura 4.3 - Figura 4.5).

4.2.3 Programa de Flujos de Potencia Óptimo (FORTRAN 90 - Versión 3)

El motivo de desarrollar una tercera versión fue el tiempo de ejecución, pues se sabe que el lenguaje de FORTRAN 90 es mucho más eficiente y rápido en el manejo de cálculos numéricos, comparado con MATLAB®. Esto se debe a que los vectores matriciales se comportan como arreglos dinámicos, es decir, que las dimensiones de los vectores y matrices se adecuan al número de nodos o restricciones que contenga el problema de FPO, ya que anteriormente en FORTRAN 77 se debían de declarar las dimensiones de los vectores y matrices.

El diagrama de flujo correspondiente se muestra en dos partes en la Figura 4.7-Figura 4.8 cuya estructura es similar a la versión anterior de programación, únicamente difiere en las opciones de inicialización ya sea por el estudio de DE clásico o estudio de FPC. En adición, la lectura de datos se tornó de manera diferente, dicha lectura fue realizada con una estructura similar al programa de simulación de FPC [Ruiz y Olguín, 1997], que se describe claramente en el Apéndice B. Por otra parte, el siguiente bloque de programación que corresponde a la formación de la matriz de admitancias Y_{BUS} se obtuvo directamente como una subrutina de [Ruiz y Olguín, 1997], realizando unos cambios mínimos en las variables de admitancias en paralelo.

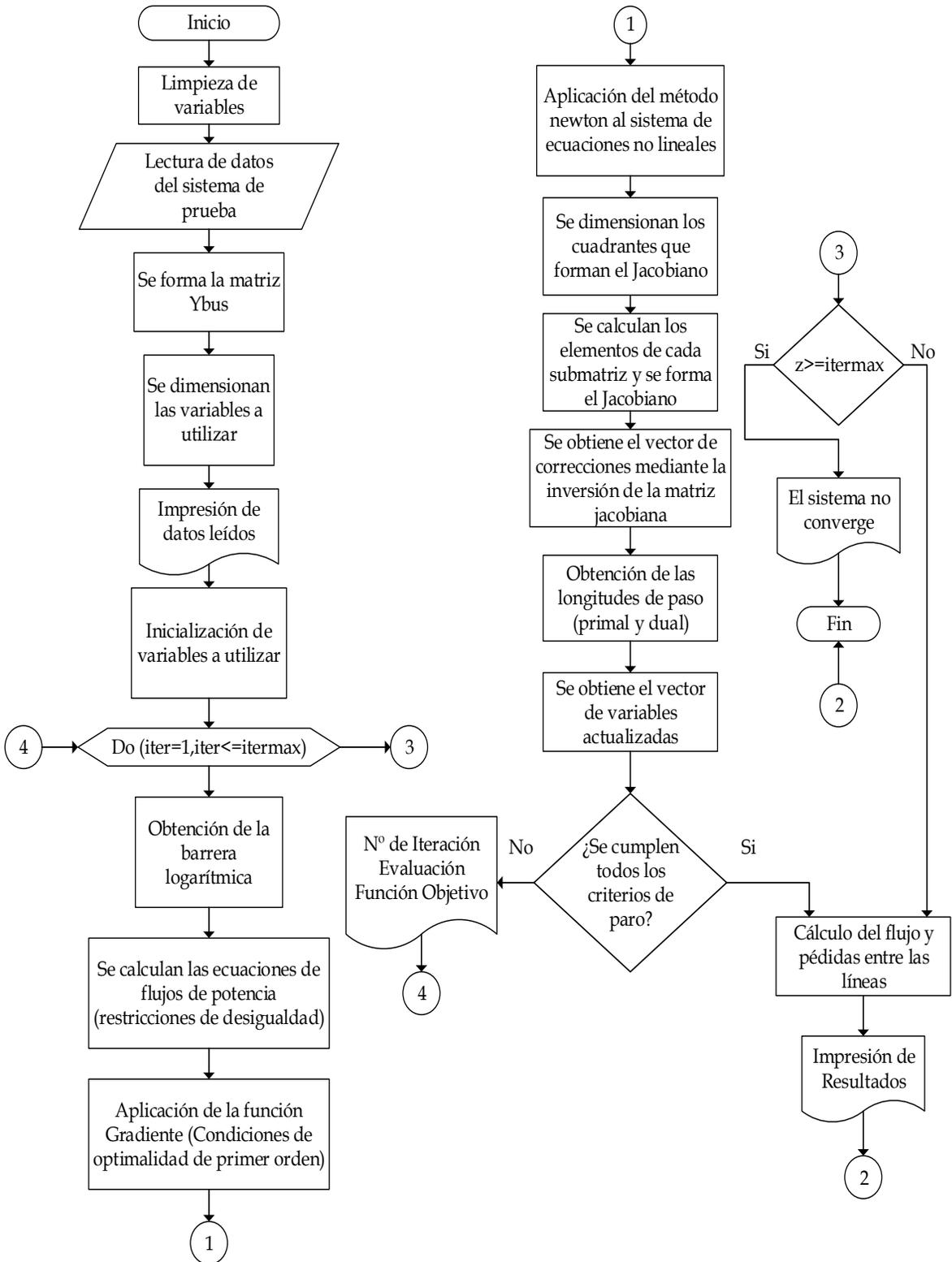


Figura 4.6. Diagrama de flujo del programa de Flujos de Potencia Óptimo Versión 2.0 en MATLAB® 2014a.

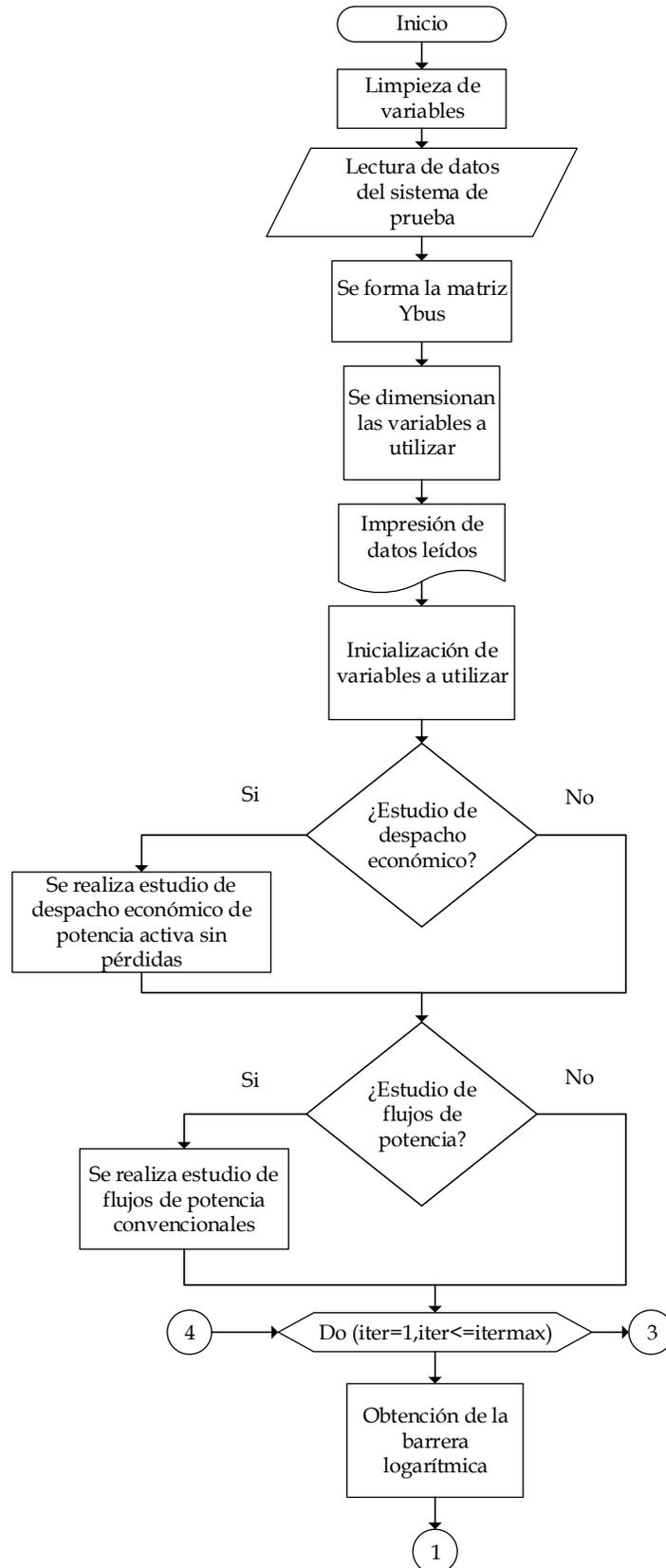


Figura 4.7. Diagrama de flujo del programa de Flujos de Potencia Óptimo Versión 3.0 en FORTRAN 90 (Parte 1/2).

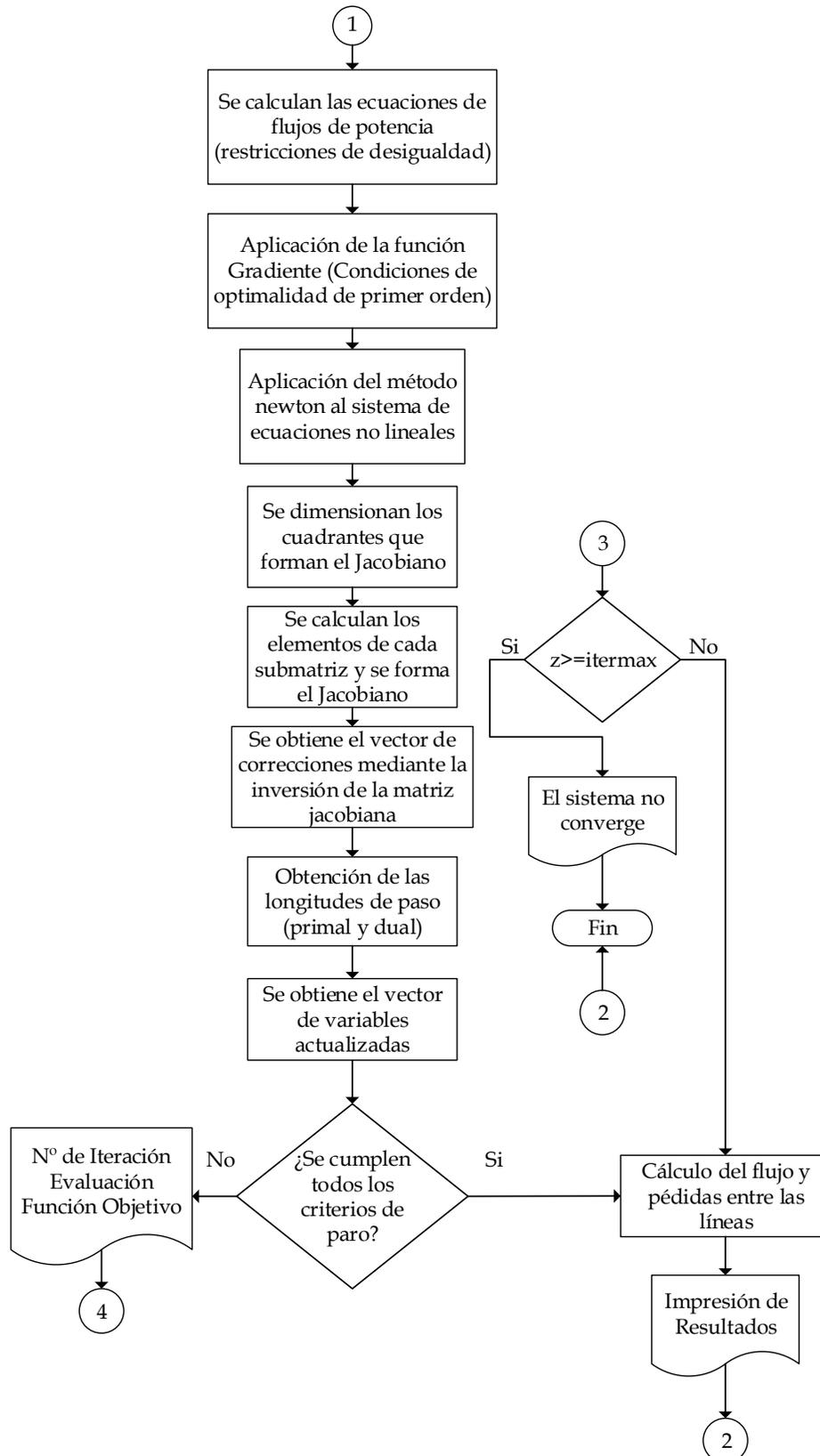


Figura 4.8. Diagrama de flujo del programa de Flujos de Potencia Óptimo Versión 3.0 en FORTRAN 90 (Parte 2/2).

Dado que esta versión de simulación de FPO contiene diversas subrutinas, dichos módulos contienen la formulación detallada del MPIP (ver Capítulo 3). En primera instancia, se tiene la inicialización de variables (subrutina INIVAR), parte medular del MPI y cuyo diagrama de flujo se muestra en la Figura 4.9.

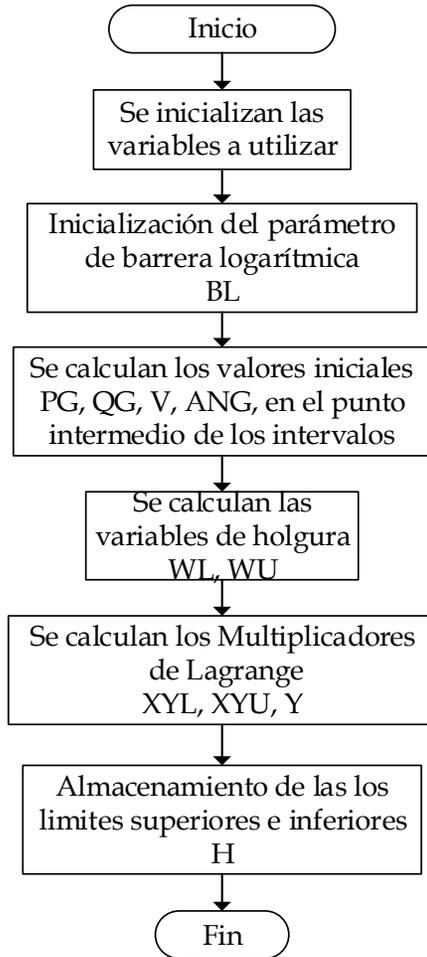


Figura 4.9. Diagrama de flujo de la subrutina INIVAR.

Los diagramas de flujo de la Figura 4.10 y Figura 4.11 corresponden a las subrutinas EVALOB y BARLOG, respectivamente. Dentro del primer módulo se realiza la evaluación objetivo correspondiente a la minimización de costos de operación contemplando cada una de los coeficientes de las curvas de entrada-salida de las unidades de generación. Posteriormente, la siguiente subrutina contiene las instrucciones para poder obtener el parámetro de la barrera logarítmica, donde en primera instancia se declara el parámetro de centrado que aunado con el cálculo del producto escalar (brecha complementaria) y el número de restricciones de desigualdad e igualdad, resulta en la obtención directa del parámetro logarítmico.

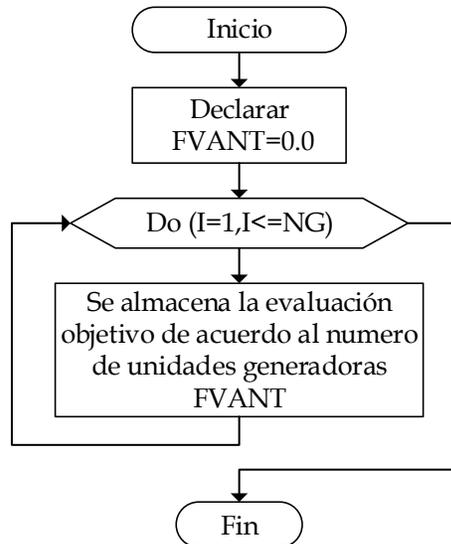


Figura 4.10. Diagrama de flujo de la subrutina EVALOBJ.

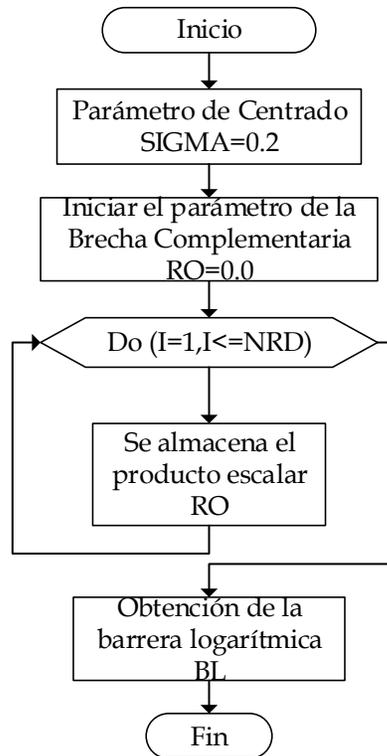


Figura 4.11. Diagrama de flujo de la subrutina BARLOG.

La siguiente subrutina lleva por nombre CONDKKT (Figura 4.12), en dicho modulo se aplicó la función del Gradiente a cada uno de los términos de la función Lagrangiana, obteniendo así las condiciones de optimalidad de primer orden (Karush-Kuhn-Tucker) cuyo almacenamiento fue distribuido en diferentes vectores acorde a la variable de decisión correspondiente. Cabe mencionar que algunos de estos vectores son utilizados para realizar las pruebas de convergencia.

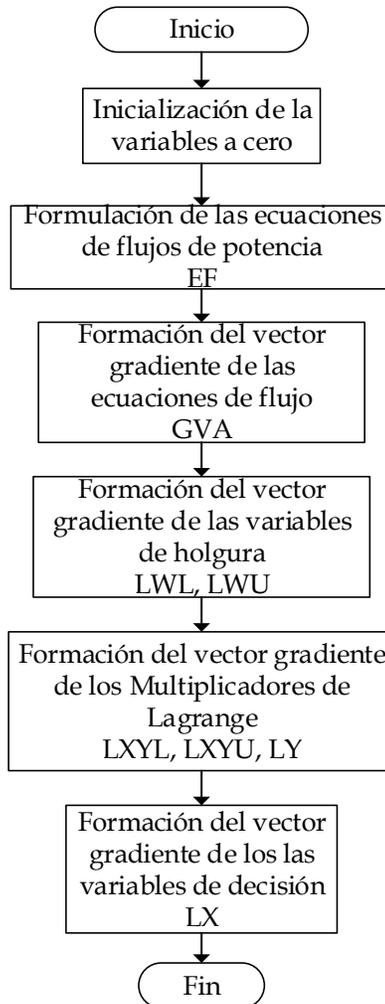


Figura 4.12. Diagrama de flujo de la subrutina CONDKKT.

De igual forma, la Figura 4.13 muestra la subrutina más importante en el código desarrollado que lleva por nombre de JACOBIAN, dentro de este módulo se encuentra la formación de cada uno de los cuadrantes de la matriz Jacobiana incluyendo evidentemente la matriz Hessiana. En la primera parte de este extracto de código se crean aquellas matrices que permanecen constantes en todo el proceso iterativo. Posteriormente, se dejan comentados ciertas líneas de código que representaba la formación completa de la matriz Jacobiana, no obstante, se realizó una reducción importante de esta matriz dada las grandes dimensiones que alcanzaba con sistemas de mayor número de nodos.

Por otra parte en la Figura 4.14, se muestra el diagrama de flujo de la subrutina FTRI que resuelve un sistema de la forma $Ax = b$, una vez formada la matriz Jacobiana, ésta es sometida a la descomposición LU, para después emplear la sustitución en adelante y atraso determinando así, el vector de correcciones. Cabe resaltar, que esta subrutina fue extraída del programa de simulación digital de FPC hecha por [Ruiz y Olgún, 1997].

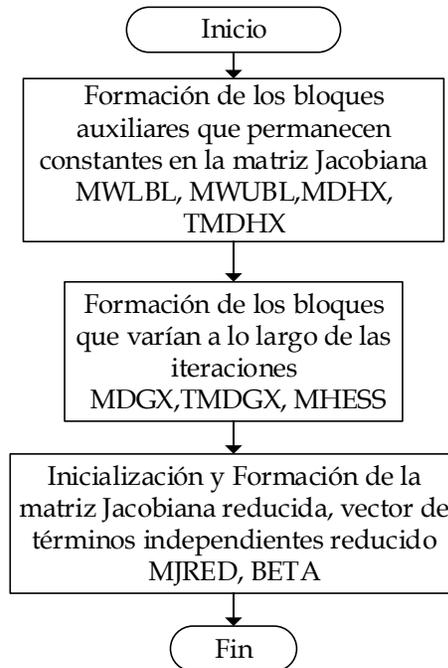


Figura 4.13. Diagrama de flujo de la subrutina JACOBIAN.

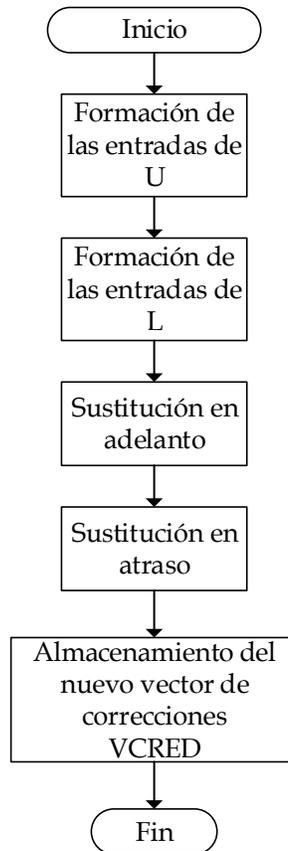


Figura 4.14. Diagrama de flujo de la subrutina FTRI.

Una vez obtenidos los valores de corrección de las variables de decisión se llama a la subrutina LONGPASO, representado su diagrama de flujo en la Figura 4.15, donde se obtienen dos parámetros de longitud de paso, los cuales corresponden las variables primal y dual. Consecuentemente, se obtiene un valor mínimo de estos dos parámetros logrando conseguir un adecuado escalar que va alterar la dirección de las variables de decisión, así como las variables de holgura y multiplicadores lagrange.

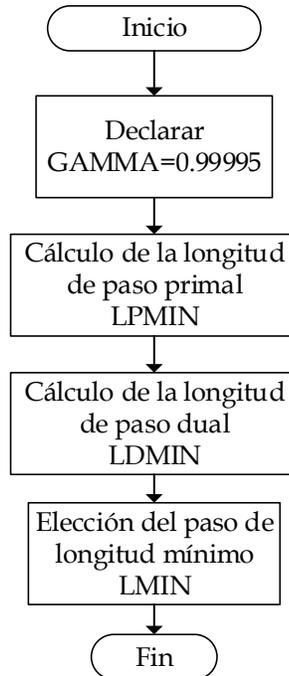


Figura 4.15. Diagrama de flujo de la subrutina LONGPASO.

Por último, las últimas subrutinas (CRITCONV y RESULTS) cuyos diagramas de flujo se muestran en la Figura 4.16 y Figura 4.17 respectivamente, forman la parte final del código desarrollado. En primera instancia, la subrutina CRITCONV formula los cinco criterios de convergencia que debe de cumplir el MPIPD para determinar los valores óptimos. Durante el proceso iterativo, estos valores son calculados y comparados con las tolerancias especificadas; una vez que todos los criterios de paro han logrado cumplir este parámetro de tolerancia, se logra obtener una solución óptima que satisface todas las restricciones utilizadas.

En caso de que se hayan cumplido cada uno de los criterios de convergencia, se hace llamar la función RESULTS. Este módulo se encarga de la impresión de los ajustes óptimos que hay que realizarle al sistema de potencia. En adición a esto, se realiza el cálculo e impresión de valores de flujos de potencia en las líneas de transmisión, así como la pérdida de potencia en las mismas. Como resultados finales, también se imprimen los valores de cada criterio de paro durante cada iteración, estos valores se imprimen en formato de notación científica para visualizar fácilmente que cada término ha cumplido la tolerancia especificada.

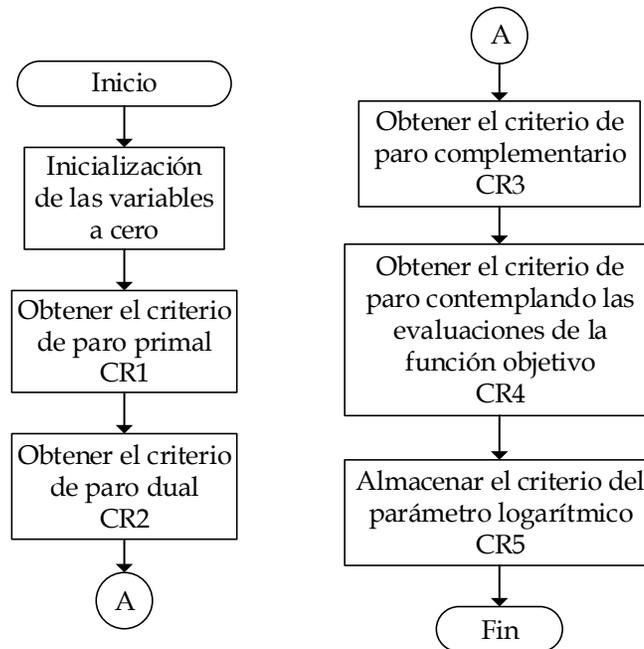


Figura 4.16. Diagrama de flujo de la subrutina CRITCONV.

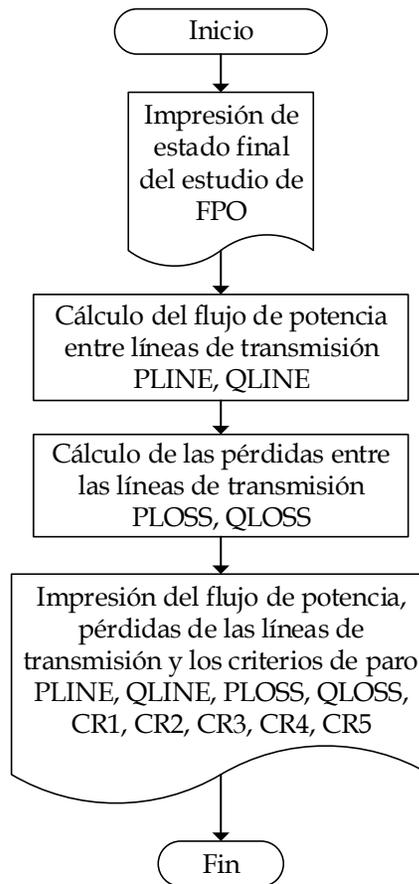


Figura 4.17. Diagrama de flujo de la subrutina RESULTS.

Cabe señalar que el proceso de interpretación de resultados de FORTRAN 90 es similar al mostrado en el lenguaje de programación de MATLAB®. En primera instancia se muestra información general acerca del programa, posteriormente, el programa demanda el nombre del archivo de datos necesario para realizar un estudio de FPO, una vez indicado el nombre y extensión del archivo de lectura, el programa de simulación da la opción de crear un archivo de resultados con el nombre que el usuario desee. En dado caso de no elegir crear un archivo de resultados, el programa de simulación automáticamente dará los resultados en la misma pantalla de ejecución, relacionados con el estatus del proceso iterativo, es decir, si el método alcanzó la convergencia o si se rebasaron el número de iteraciones máximo. De igual forma, se mostrarán los datos leídos del archivo de lectura.

De nueva cuenta se utilizó el sistema de cinco nodos como ejemplo, la primera etapa de resultados se muestra la Figura 4.18, donde se observan los datos generales del programa de simulación y una descripción general del sistema de prueba para comenzar el estudio de FPO. Asimismo, se indicó el nombre del archivo de lectura "5NODOS.DAT" y se optó por crear un archivo de resultados con el nombre de "D.SAL".

```
INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
E. S. I. M. E.
Seccion de Estudios de Posgrado e Investigacion
Departamento de Ingenieria Electrica

Programa de Simulacion Digital de Sistemas
Electricos de Potencia para Estudios de
Flujos de Potencia Optimos

C.L.S., Uersion 3.0, 09/2016

Escriba el nombre del archivo de datos: 5NODOS.DAT
Desea un archivo de resultados (S/N)?: S
Escriba el nombre del archivo de salida: D.SAL
D.SAL

DATOS DEL SISTEMA:
Nombre del sistema: Sistema de 5 nodos
Numero de nodos del sistema N= 5
Numero de nodos de generacion NG= 3
Tolerancia condiciones de optimalidad TOL1= 0.0010000
Tolerancia del parametro de barrera logaritmica TOL2= 0.0000100
Numero maximo de iteraciones ITERMAX= 50
```

Figura 4.18. Impresión de resultados del programa de FORTRAN 90 (Primera parte).

Subsecuentemente, en la Figura 4.19 se muestran los datos del sistema de prueba (sistema de prueba de cinco nodos) necesarios para comenzar la simulación, en la primera sección se resumen los datos nodales, como magnitud y ángulo de tensión, potencias activa y reactiva de generación, potencias activas y reactivas de carga y

parámetros adicionales de conductancia y susceptancia. En el segundo apartado, se muestran los parámetros de las líneas de transmisión, es decir, el número de nodo emisor y receptor según sea el caso; la impedancia serie y la susceptancia en derivación correspondiente a esa rama. De igual forma, se colocan los parámetros de taps en dado caso que la línea de transmisión contenga transformadores.

Cabe resaltar que los parámetros del sistema de los dos primeros apartados se asemejan al programa de simulación de [Ruiz y Olgún, 1997]. Por otra parte, los siguientes apartados contienen la información necesaria para un estudio de FPO, en estos se indican los límites de potencias activas y reactivas de generación, los márgenes de magnitud y tensión nodales. Igualmente, al tratarse un estudio de minimización costos de operación se indican las curvas de entrada y salida de las unidades generadoras.

Nombre de los nodos, voltajes, potencias programadas de generacion y potencias de las cargas estaticas.							
Nombre	Voltaje Polar		Pg	Po	Qo	Gs	Bs
Nodo 1	1.00000	0.000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Nodo 2	1.00000	0.000	0.00000	0.00000	0.00000	0.05000	0.00000
Nodo 3	1.00000	0.000	0.00000	0.90000	0.40000	0.00000	0.00000
Nodo 4	1.00000	0.000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.30000
Nodo 5	1.00000	0.000	0.00000	0.23900	0.12900	0.00000	0.00000

Numero de elementos del sistema NEL= 6								
Conectividad y parametros de los elementos del sistema de transmision:								
Nodoi	Nodoj	Cto	Impedancia serie		B/2	TAP(MAG)	TAP(ANG)	Elemento
1	2	1	0.0230000	0.1450000	0.02000	0.0000	0.000	Linea 1
1	4	1	0.0000000	0.3000000	0.00000	0.0000	0.000	Linea 2
2	3	1	0.0200000	0.2600000	0.00000	0.0000	0.000	Linea 3
2	5	1	0.0000000	0.3200000	0.00000	0.0000	0.000	Linea 4
3	4	1	0.0060000	0.0320000	0.00500	0.0000	0.000	Linea 5
3	5	1	0.0000000	0.5000000	0.00000	0.0000	0.000	Linea 6

Límites de potencias activa/reactiva (generacion)							
Límites de magnitud y angulo de tensiones (nodales)							
Nombre	Pgmin	Pgmax	Qgmin	Qgmax	Umin	Umax	Ang+/-
Nodo 1	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.99000	1.01000	10.000
Nodo 2	0.1000	0.4000	-0.2000	0.3000	0.95000	1.05000	10.000
Nodo 3	0.0500	0.4000	-0.2000	0.2000	0.95000	1.05000	10.000
Nodo 4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.95000	1.05000	10.000
Nodo 5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.95000	1.05000	10.000

Coeficientes de costos (curvas entrada-salida)			
CurGen	c(ng-1)	c(ng-2)	c(ng-3)
CurGen 1	0.000000	0.3500	0.0000
CurGen 2	0.400000	0.2000	0.0000
CurGen 3	0.500000	0.3000	0.0000

Figura 4.19. Impresión de resultados del programa de FORTRAN 90 (Segunda parte).

Una vez mostrados los datos leídos, comienza el proceso iterativo del MPI, a largo de cada iteración se muestra la evaluación de la función objetivo y los valores de las condiciones de paro. El motivo de mostrar estos resultados, es para ir verificando la convergencia del método, es decir, si los valores mencionados muestran cierto decremento en cada iteración significa que la solución óptima está cerca de ser encontrada. Por lo contrario, si alguno de los valores en lugar de decrecer aumenta con base a su valor anterior o incluso el mismo permanece constante, indica que el proceso seguramente divergirá y se excederá el número máximo de iteraciones.

En la Figura 4.20 se visualiza la parte final de la simulación, en dicha figura se muestra el número de la última iteración, la evaluación objetivo de la iteración correspondiente, así como los valores de las condiciones de paro una vez cumplidas las tolerancias especificadas. Aunada a esta información se indica el tiempo de simulación una vez que se logró encontrar la solución factible reiterando la evaluación objetivo final, en este caso se muestra el costo mínimo de operación del sistema de prueba de cinco nodos.

```
ITERACION= 9
EVALUACION DE LA FUNCION OBJETIVO= 0.403511
Condicion 1= 0.300E-04
Condicion 2= 0.296E-05
Condicion 3= 0.133E-03
Condicion 4= 0.589E-05
Condicion 5= 0.174E-05

*****

Termino el estudio de Flujos de Potencia Optimo
Numero de iteraciones ITER= 9
Duracion de la ejecucion:
  Inicio en: 12:44:03:03
  Final en: 12:44:03:07
Evaluacion final de la funcion objetivo FUAL= 0.403511
```

Figura 4.20. Impresión de resultados del programa de FORTRAN 90 (Tercera parte).

4.3 FORMAS DE INICIALIZACIÓN EN EL PROGRAMA DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMO POR EL MÉTODO DE PUNTO INTERIOR

Dado que no se requiere estrictamente un punto inicial, la inicialización de las variables puede variar siempre y cuando no se coloquen valores demasiado alejados a los límites superiores o inferiores. Con base a las afirmaciones de [Acha et al., 2004], las potencias activas de generación en un estudio de FPO pueden ser inicializadas como resultado de un DE sin Pérdidas. Mientras que los valores de tensión, aparte de inicializarse con arranque plano (magnitud de 1 p.u. y ángulo de fase de 0°) pueden resultar de un estudio de FPC.

4.3.1 Inicialización Mediante un Estudio de Despacho Económico sin Pérdidas

El desarrollo del estudio de DE sin Pérdidas se resume en el Apéndice D, en dicho apéndice se muestra la solución de un problema de DE contemplando las restricciones de balance de potencia y las restricciones de acotamiento de las unidades generadoras térmicas para verificar si cada una de las potencias permanecía en los márgenes de operación, en dado caso que se viole alguna restricción, se realiza el ajuste del límite violado y se vuelve a resolver otro sistema para ajustar el valor de la potencia real ajustada. En la Figura 4.21, se indica el módulo correspondiente a la subrutina DESPECO. Cabe recalcar que este estudio se realizó únicamente para el programa de simulación con lenguaje FORTRAN 90.

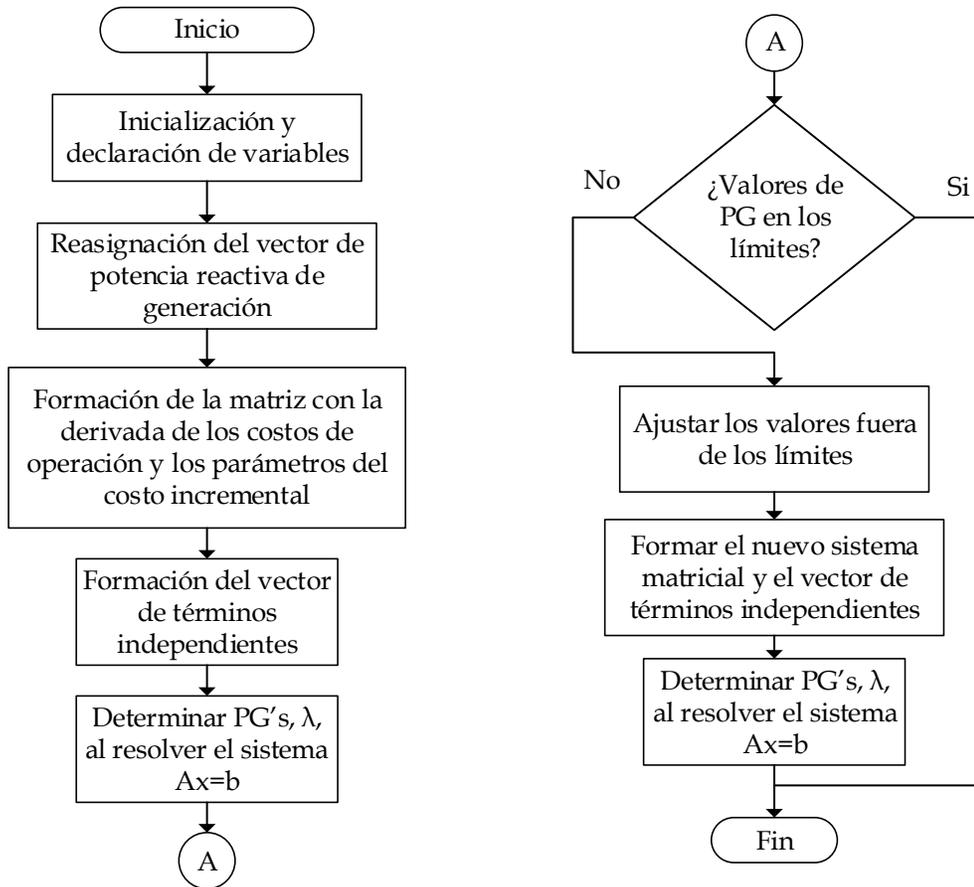


Figura 4.21. Diagrama de flujo de la subrutina DESPECO.

4.3.2 Inicialización Mediante un Estudio de Flujos de Potencia Convencionales

La formulación y modelado del estudio de FPC se describe en el Apéndice E. El diagrama de flujo fue adaptado de [Valenzuela, 2011] con base al programa original [Ruiz y Olgún, 1997], modificando la lectura de datos puesto que anteriormente se había realizado en el programa principal de FPO. Además, inicialmente el programa de simulación había sido hecho en lenguaje de FORTRAN 77, por lo que se tuvo que adaptar al lenguaje de FORTRAN 90. Los diagramas de flujo correspondientes al programa de [Ruiz y Olgún, 1997] se describen en la última sección del Apéndice E.

Cabe hacer énfasis que esta subrutina únicamente es una opción de punto de partida en dado caso que en las otras maneras de inicialización no se logre obtener una solución factible. No obstante, esto no significa que si las dos primeras formas de inicialización no funcionan, el punto de partida obtenido por el estudio de FPC haga converger el sistema de prueba. De igual manera se hace énfasis que para una mejor visualización se dividió el diagrama de flujo en dos partes.

4.4 REDUCCIÓN DE LA MATRIZ JACOBIANA

Como se mencionó en el Capítulo 3, la tercera versión de programas de simulación desarrollados (Lenguaje FORTRAN 90), inicialmente fue realizada contemplando la matriz Jacobiana de manera completa, es decir, una vez obtenidas las condiciones de KKT se aplica el Método Newton para resolver el sistema no lineal, determinando así, el vector de correcciones correspondientes.

Sin embargo, con la finalidad de recalcar las ventajas de realizar una significativa reducción en la matriz Jacobiana, dicho programa fue modificando con la finalidad de comparar los tiempos de simulación. En la Tabla 4.2 se indica dicha cuestión, donde se muestra el tiempo de ejecución para cada sistema de prueba según sea el caso de la matriz Jacobiana.

Tabla 4.2. Tiempo de simulación empleando dos versiones de la matriz Jacobiana.

Sistema de Prueba	Tiempo [s]	
	Matriz Jacobiana Completa	Matriz Jacobiana Reducida
5 Nodos	0.07	0.05
14 Nodos	0.48	0.11
118 Nodos	584.10	27.26

Como se puede observar, el tiempo de simulación contemplando la reducción de la matriz Jacobiana es menor para cada sistema de prueba en comparación con el caso de la misma matriz de manera completa. Por esta razón, para las simulaciones del siguiente Capítulo se empleará el código con la matriz jacobiana reducida únicamente en la tercera versión desarrollada en FORTRAN 90.

CAPÍTULO 5:

APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1 INTRODUCCIÓN

En esta sección se presentan y describen los resultados de las simulaciones de los programas de simulación de FPO desarrollados en este trabajo, con los siguientes sistemas de prueba:

- Modelo de Optimización de 4 Variables de Estado.
- Sistema de potencia de 5 Nodos.
- Sistema de prueba del IEEE de 14 Nodos.
- Sistema de prueba del IEEE de 118 Nodos.

Las simulaciones de estos sistemas de potencia fueron ejecutadas en una computadora con un procesador Intel® Core™ i7-4790 CPU @ 3.60 GHz, 8.00 GB de RAM y sistema operativo de 64 bits. Cabe mencionar que el Modelo de Optimización de 4 Variables de Estado fue simulado únicamente con el programa de variables simbólicas desarrollado en lenguaje MATLAB®, para demostrar el funcionamiento y la eficacia del MPIP.D.

Los modelos de sistemas eléctricos de potencia se emplearon para comparar los resultados de los 3 programas desarrollados en el presente trabajo (uno de ellos codificado en MATLAB® empleando funciones con variables simbólicas para formar las matrices Hessiana y Jacobiana, y dos códigos realizados en MATLAB® y FORTRAN 90 utilizando expresiones analíticas para calcular las matrices principales del modelo) con los resultados del simulador comercial PSS®E 32 y del simulador de software libre MATPOWER de MATLAB® versión 5.1. Adicionalmente, en el caso del sistema de 5 nodos, se compararon los resultados de todos los programas antes mencionados con los de una función de optimización de MATLAB® conocido como FMINCON.

Para la interpretación de resultados, cada tabla contiene en los encabezados la notación correspondiente a cada método y simulador utilizado. Dicha notación se resume a continuación:

- **MPIV1** – Método de Punto Interior Primal-Dual Versión 1.0, MATLAB® 2014a, con variables simbólicas.
- **MPIV2** – Método de Punto Interior Primal-Dual Versión 2.0, MATLAB® 2014a, con expresiones analíticas.
- **MPIV3** – Método de Punto Interior Primal-Dual Versión 3.0, FORTRAN 90, con expresiones analíticas.
- **PSS** – Método Newton del simulador comercial PSS®E 32.
- **MPW1** – Método de Punto Interior Primal-Dual del simulador MATPOWER.
- **MPW2** – Método de Lagrangiano Aumentado basado en la Región de Confianza del simulador MATPOWER.
- **MPW3** – Método de Punto Interior Primal-Dual con Paso Controlado del simulador MATPOWER.

5.1.1 Panorama general del programa PSS®E 32

Como en versiones anteriores, el programa PSS®E 32 es una herramienta para analizar redes eléctricas en diferentes estudios como son:

- Flujos de Potencia Convencionales.
- Flujos de Potencia Óptimos.
- Análisis de Corto Circuito.
- Simulación Dinámica.
- Análisis Dinámico de Sistemas Lineales.
- Análisis de Eigenvalores.

En este caso se emplea el programa para resolver estudios de FPO, con la ayuda del estudio de FPC, el cual es ejecutado al comienzo del estudio para determinar las condiciones iniciales de la red eléctrica antes de la optimización. El estudio de FPO en el PSS®E 32 cambia directamente los controles del sistema, es decir, ajusta las variables inmersas en el sistema eléctrico encontrando un óptimo, el cual cumple los límites de las variables del sistema minimizando o maximizando la función objetivo [Siemens Energy, 2010].

El proceso de solución toma como base la formulación de optimizar una función objetivo descrita en el Capítulo 2; por lo tanto, el programa da solución a un problema no lineal por el método de Newton, donde primeramente se forma la función del Lagrangiano dada una determinada función objetivo y sus respectivas restricciones de igualdad, es decir, la función es construida en términos de las variables del sistema de potencia y de los multiplicadores de Lagrange, resultando entonces en un problema variable dual. Posteriormente, la solución óptima del nuevo

problema restringido por igualdades es un punto estacionario del Lagrangiano, determinado por la igualación a cero de la función del gradiente de las variables inmersas en el problema. De aquí, resultan las condiciones de optimalidad de primer orden de Karush-Kuhn-Tucker, de donde se obtendrá la óptima solución empleando el método de Newton, puesto que el modelo es un sistema de ecuaciones no lineales [Siemens Energy, 2010].

Una vez que se obtienen los vectores de corrección, se actualiza la solución contemplando los valores de la iteración anterior o parámetros iniciales en dado caso que sea la primera iteración. El proceso de solución iterativo se lleva a cabo hasta que se cumplen los siguientes criterios [Siemens Energy, 2010]:

- Cuando el valor final del parámetro de la barrera logarítmica es obtenido y se encuentra por debajo de la tolerancia pre-establecida.
- Cuando el valor final de la tolerancia restringida es obtenida.
- Cuando el paso unitario (paso=1.0) resultó al final de la iteración.
- El desajuste de las restricciones de igualdad se encuentre por debajo de una tolerancia controlada.

5.1.2 Panorama general del programa MATPOWER

MATPOWER es programa de software libre desarrollado en lenguaje MATLAB®, que incluye los datos de diferentes sistemas eléctricos de potencia de prueba [Zimmerman et al., 2011], para resolver por medio de estudios de flujos de potencia convencionales y FPO en C.A. e incluso incluye algunos ejemplos en Corriente Directa (C.D.). Básicamente, esta paquetería está basada en la utilización de las herramientas de optimización de MATLAB®; un ejemplo se describe en el apartado siguiente. Esta herramienta está disponible para estudiantes e investigadores en el portal [Matpower, 2016].

Existen diferentes métodos de programación que utiliza esta paquetería para dar solución a ambos estudios. Por ejemplo, en los estudios en C.D. vienen disponibles métodos de programación lineal y algunas herramientas de optimización para este problema. Por otra parte para el estudio de flujos de potencia convencionales en C.A. los métodos disponibles son [Zimmerman and Murillo-Sánchez, 2011]:

- Método Newton-Raphson.
- Método Desacoplado Rápido.
- Método Gauss-Seidel.

En cambio, para el estudio de FPO en C.A. se tienen disponibles los siguientes métodos [Zimmerman and Murillo-Sánchez, 2011]:

- Método de Punto Interior Primal-Dual.
- Método de Lagrangiano Aumentado basado en la Región de Confianza.
- Método de Punto Interior Primal-Dual Paso Controlado.

Cabe resaltar que el segundo método realiza cierto número de iteraciones dentro de un proceso iterativo general, pues esta versión realiza la solución con el Método Lagrangiano Aumentado, aunando con la técnica de optimización basada en la región de confianza sin restricciones.

Al utilizar esta paquetería evidentemente la atención a los resultados se enfocarán hacia la utilización del MPIP, cuyo desarrollo puede ser consultado en [Zimmerman and Murillo-Sánchez, 2011] y las respectivas tolerancias para los criterios de paro que utiliza, las cuales son:

- Tolerancia de 1×10^{-6} en la condición de factibilidad.
- Tolerancia de 1×10^{-6} en la condición de la función gradiente.
- Tolerancia de 1×10^{-6} en la condición de complementaria.
- Tolerancia de 1×10^{-6} en la condición de costo.

5.1.3 Panorama general de la función FMINCON

La función FMINCON es una herramienta de optimización cuyas características se acoplan al problema de FPO. Este “solver” encuentra el mínimo de una función objetivo sujeta a un conjunto de restricciones de igualdad y desigualdad cuyas variables de estado son ajustadas al final del proceso. Cabe mencionar que FMINCON tiene dos métodos de solución que se adecuan al estudio de FPO, los cuales son [López, 2015]:

- Método de Punto Interior Primal-Dual.
- Programación Cuadrática Secuencial.

Por otra parte, dicho FMINCON contiene la siguiente estructura [López, 2015]:

$$\min f(x) \quad s.a. \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ ceq(x) = 0 \\ A \cdot x \leq b \\ Aeq \cdot x \leq b \\ lb \leq x \leq ub \end{cases} \quad (5.1)$$

Donde:

x	Es el vector que contiene las variables de estado.
$f(x)$	Es la función objetivo a minimizar.
$c(x)$	Vector con las restricciones no lineales de desigualdad.
$ceq(x)$	Vector con las restricciones no lineales de igualdad.
A, b	Matriz y vector con coeficientes correspondientes a las restricciones lineales de desigualdad
Aeq, beq	Matriz y vector con coeficientes correspondientes a las restricciones lineales de igualdad.

Cabe resaltar que para la comparación de los sistemas de potencia, se procederá a utilizar el algoritmo de punto interior del “*solver*”, debido a que el otro algoritmo no se adecua a las características del modelo no lineal de optimización.

Si se consideran los datos del sistema de prueba de 5 nodos, se observa que la función objetivo es un polinomio cuadrático, y las restricciones son de carácter no lineal, por lo que la elección del solver FMINCON es la idónea para resolver este problema. Lo anterior puede ser justificado en la Tabla 5.1 [López, 2015].

Tabla 5.1. Elección del solver de MATLAB® para el problema de FPO (Adaptado de [López, 2015]).

Forma de las restricciones	Tipo de Función Objetivo			
	Lineal	Cuadrática	Mínimos Cuadrados	No lineal
Ninguna	-	quadprog	lsqnonlin	fminsearch fminunc
Acotada	lindprog	quadprog	lsqcurvefit lsqnonlin lsqcurvefit lsqnonneg	fminbnd fmincon fseminf
Lineal	lindprog	quadprog	lsqlin	fmincon
General	fmincon	FMINCON	fmincon	fmincon

5.2 SIMULACIÓN DEL MODELO DE 4 VARIABLES

Primeramente, para saber si el programa desarrollado en MATLAB® 2014a encontraba los valores óptimos de las variables de decisión, se empleó un modelo de optimización para el cual se conocían los valores de las variables en el punto óptimo. Dicho modelo de optimización es el siguiente:

$$\min \quad x_1^2 + x_2 \cdot x_3 + x_4 \tag{5.2}$$

$$\text{s.a.} \quad x_1^2 + x_3 = 8$$

$$x_1 + \cos(x_2) = 2.7539$$

$$x_1 \cdot x_4 + x_2 = 19$$

$$0 \leq x_1 \leq 5 \tag{5.3}$$

$$5 \leq x_2 \leq 12$$

$$2 \leq x_3 \leq 8$$

$$3 \leq x_4 \leq 8$$

Inicialmente, se creía que los resultados de la Tabla 5.2, serían los idóneos; sin embargo, el programa encontró valores aún más óptimos. Para este ejemplo se emplearon tres maneras de inicializar las variables de estado, con la finalidad de saber si esto tenía un efecto en la obtención de valores. En la Tabla 5.3 se pueden observar los resultados de los siguientes casos propuestos:

1. Inicialización de las variables justo al valor medio de los intervalos de las restricciones de desigualdad.
2. Inicializaron de las variables del mismo valor que los límites inferiores.
3. Inicializaron de las variables del mismo valor que los límites superiores.

Tabla 5.2. Valores estimados del vector de variables de estado.

Variable de Estado	Valor Esperado
x_1	2.0
x_2	7.0
x_3	4.0
x_4	6.0
Evaluación Función Objetivo	38

Tabla 5.3. Resultados de las variables de estado de los diferentes casos propuestos.

Variable de Estado	Caso 1	Caso 2	Caso 3
x_1	2.4495	2.4495	2.4495
x_2	7.5447	5.0217	11.3049
x_3	2.0000	2.0001	2.0000
x_4	4.6766	5.7067	3.1415
Iteración	9	10	9
Tiempo de Solución	7.24 seg	7.98 seg.	7.27 seg.
Evaluación Función Objetivo	25.7659	21.7506	31.7513

5.2.1 Discusión de resultados

Como se puede observar, existe demasiada diferencia entre los resultados esperados de la Tabla 5.2 y los resultados obtenidos por el programa de punto interior en la Tabla 5.3; incluso entre los mismos casos de esta última tabla existe cierta diferencia. De esta manera, se puede observar que el mejor punto óptimo se da en el caso 2, aún y cuando el número de iteraciones es mayor a los otros casos.

Aunque un punto inicial estrictamente factible no es necesario, el rendimiento del algoritmo depende de cierta manera del valor inicial del vector de estado, puesto que a lo largo de cada iteración deben cumplirse las condiciones de no negatividad. Sin embargo, esto no implica que en cualquier modelo de optimización los valores iniciales tengan que ser inicializados forzosamente a los márgenes inferiores, debido a que cada modelo de optimización tiene su propia naturaleza y debe ser simulado acorde a su aplicación.

Sin embargo, si los valores del vector de inicialización están fuera de los límites inferiores o superiores, el método puede tener problemas en el proceso de la convergencia, puesto que es posible que jamás encuentre un punto factible que satisfaga las restricciones.

5.3 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS

5.3.1 Modelo del sistema de potencia

Una vez que se obtuvieron buenos resultados con un modelo de optimización de prueba, se procede a simular un sistema eléctrico de potencia de pequeña escala. El sistema eléctrico se tomó de la referencia [Frank and Rebennak, 2012], en la cual los autores realizaron un estudio de FPO con un modelo clásico implementado en el programa GAMS (Sistema de Modelado Algebraico General, por sus siglas en inglés por “*General Algebraic Modeling System*”). En el Apéndice C se muestra el diagrama de este sistema de prueba, junto con los datos necesarios para llevar a cabo el estudio de FPO.

Para mostrar el principio de funcionamiento del método de punto interior primal dual, se muestra de manera detallada en esta sección la formación del modelo del sistema de prueba de 5 nodos para el estudio de flujos de potencia óptimos.

Siguiendo el modelo de optimización de un estudio clásico de FPO, es importante desarrollar las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva, ya sea en forma polar o rectangular (enunciadas en el Capítulo 2), las cuales forman parte de las restricciones de igualdad y obviamente deben ser cumplidas, dentro de una tolerancia. Para esto, se debe tener desarrollada la matriz de admitancias de nodo Y_{BUS} . La matriz Y_{BUS} correspondiente del sistema de 5 nodos se muestra a continuación:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} 1.067 - 10.040i & -1.067 + 6.727i & 0 & 0 + 3.333i & 0 \\ -1.067 + 6.727i & 1.411 - 13.655i & -0.294 + 3.823i & 0 & 0 + 3.125i \\ 0 & -0.294 + 3.823i & 5.954 - 36.007i & -5.660 + 30.188i & 0 + 2.000i \\ 0 + 3.333i & 0 & -5.660 + 30.188i & 5.660 - 33.217i & 0 \\ 0 & 0 + 3.125i & 0 + 2.000i & 0 & 0 - 5.125i \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Para entender el desarrollo de las ecuaciones de flujos de potencia, se procede a analizar el nodo de compensación, considerando la interconexión del sistema de prueba y los datos de las líneas. Cabe resaltar que para el nodo de compensación, se empleó el perfil plano para el parámetro de tensión ($V_1 = 1.0 \angle 0.0^\circ$), además de tomar en cuenta el desarrollo en forma polar de las ecuaciones de flujos de potencia, obteniendo lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 P_1^G - P_1^L = & V_1V_1Y_{11}\cos(\delta_1 - \delta_1 - \theta_{11}) + V_1V_2Y_{12}\cos(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12}) + \\
 & V_1V_3Y_{13}\cos(\delta_1 - \delta_3 - \theta_{13}) + V_1V_4Y_{14}\cos(\delta_1 - \delta_4 - \theta_{14}) + \\
 & V_1V_5Y_{15}\cos(\delta_1 - \delta_5 - \theta_{15})
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Debido a que no existe una interconexión entre los nodos 3 y 5, los términos correspondientes son despreciados al sustituir los términos de la impedancia, que por obvias razones deben ser cero, reduciéndose a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 P_1^G - P_1^L = & V_1V_1Y_{11}\cos(\delta_1 - \delta_1 - \theta_{11}) + V_1V_2Y_{12}\cos(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12}) + \\
 & V_1V_4Y_{14}\cos(\delta_1 - \delta_4 - \theta_{14})
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Sustituyendo los parámetros de admitancias (5.4), potencia de carga demandada y tensión del nodo de compensación, se obtiene la mínima expresión de la ecuación (5.5).

$$\begin{aligned}
 P_1^G = & 1.067 + 6.811V_2\cos(-\delta_2 - 99.01) + \\
 & 3.333V_4\cos(-\delta_4 - 89.99)
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

De manera similar se hace el desarrollo de la ecuación de potencia reactiva, como se enuncia a continuación:

$$\begin{aligned}
 Q_1^G - Q_1^L = & V_1V_1Y_{11}\sen(\delta_1 - \delta_1 - \theta_{11}) + V_1V_2Y_{12}\sen(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12}) + \\
 & V_1V_3Y_{13}\sen(\delta_1 - \delta_3 - \theta_{13}) + V_1V_4Y_{14}\sen(\delta_1 - \delta_4 - \theta_{14}) + \\
 & V_1V_5Y_{15}\sen(\delta_1 - \delta_5 - \theta_{15})
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Considerando la interconexión de los nodos del sistema, la ecuación (5.8) se reduce a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 Q_1^G - Q_1^L = & V_1V_1Y_{11}\sen(\delta_1 - \delta_1 - \theta_{11}) + V_1V_2Y_{12}\sen(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12}) + \\
 & V_1V_4Y_{14}\sen(\delta_1 - \delta_4 - \theta_{14})
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Sustituyendo de igual forma parámetros de líneas, potencia demandada y tensión del nodo de compensación, se obtiene la mínima expresión de la ecuación (5.8):

$$\begin{aligned}
 Q_1^G = & 10.061 + 6.811V_2\sen(-\delta_2 - 99.01) + \\
 & 3.333V_4\sen(-\delta_4 - 89.99)
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

De manera análoga se desarrollan las ecuaciones de desbalance restantes para cada uno de los nodos del sistema eléctrico; no obstante, se debe tomar en consideración la interconexión de los nodos con la finalidad de obtener la expresión mínima. Para completar el modelo de optimización se deben de tomar en cuenta los límites físicos de operación de cada unidad de generación térmica, junto con los márgenes de tensión de cada nodo, formulándose así el modelo de optimización (5.11).

En la función objetivo del modelo (5.11) se describe la minimización de los costos de operación obtenidos de los coeficientes de las curvas de entrada-salida de las unidades de generación. De esta manera se logra formar el modelo clásico de optimización del sistema de prueba de 5 nodos, que básicamente se conforma de las restricciones de igualdad (ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva) y los límites superiores e inferiores (márgenes de potencia activa y reactiva de las unidades de generación, así como magnitud y ángulo de tensión en los nodos).

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 0.35P_1^G + 0.20P_2^G + 0.40(P_2^G)^2 + 0.30P_3^G + 0.50(P_3^G)^2 \\
 \text{s.a.} \quad & P_1^G = 1.067 + 6.81V_2\cos(-\delta_2 - 99.01) + 3.33V_4\cos(-\delta_4 - 89.99) \\
 & P_2^G = 6.81V_2\cos(-\delta_2 - 99.01) + 3.83V_2V_3\cos(\delta_2 - \delta_3 - 94.40) + \\
 & \quad 3.125V_2V_5\cos(\delta_2 - \delta_5 - 89.99) + 1.41V_2^2 \\
 & P_3^G = 3.83V_3V_2\cos(\delta_3 - \delta_2 - 94.40) + 30.71V_3V_4\cos(\delta_3 - \delta_4 - 100.61) + \\
 & \quad 2V_3V_5\cos(\delta_3 - \delta_5 - 89.99) + 5.95V_3^2 + 0.9 \\
 & 0 = 5.66V_4^2 + 3.33V_4V_1\cos(\delta_4 - \delta_1 - 89.99) + \\
 & \quad 30.71V_4V_3\cos(\delta_4 - \delta_3 - 100.61) \\
 & 0 = 3.125V_5V_2\cos(\delta_5 - \delta_2 - 89.99) + 2V_5V_3\cos(\delta_5 - \delta_3 - 89.99) + 0.239 \\
 & Q_1^G = 10.06 + 6.81V_2\sin(-\delta_2 - 99.01) + 3.33V_4\sin(-\delta_4 - 89.99) \\
 & Q_2^G = 6.81V_2\sin(-\delta_2 - 99.01) + 3.83V_2V_3\sin(\delta_2 - \delta_3 - 94.40) + \\
 & \quad 3.125V_2V_5\sin(\delta_2 - \delta_5 - 89.99) + 13.67V_2^2 \\
 & Q_3^G = 3.83V_3V_2\sin(\delta_3 - \delta_2 - 94.40) + 30.71V_3V_4\sin(\delta_3 - \delta_4 - 100.61) + \\
 & \quad 2V_3V_5\sin(\delta_3 - \delta_5 - 89.99) + 30.01V_3^2 + 0.4 \\
 & 0 = 33.22V_4^2 + 3.33V_4V_1\sin(\delta_4 - \delta_1 - 89.99) + \\
 & \quad 30.71V_4V_3\sin(\delta_4 - \delta_3 - 100.61) \\
 & 0 = 3.125V_5V_2\sin(\delta_5 - \delta_2 - 89.99) + 2V_5V_3\sin(\delta_5 - \delta_3 - 89.99) + \\
 & \quad 5.125V_5^2 + 0.129 \\
 & 0.10 \leq P_2^G \leq 0.40 \\
 & 0.05 \leq P_3^G \leq 0.40 \\
 & -0.20 \leq Q_2^G \leq 0.30 \\
 & -0.20 \leq Q_3^G \leq 0.20 \\
 & 0.95 \leq V_i \leq 1.05 \quad \forall i = \{2, 3, 4, 5\} \\
 & -180 \leq \delta_i \leq 180 \quad \forall i = \{2, 3, 4, 5\}
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Haciendo énfasis en la formulación matemática, se debe resaltar que el modelo de optimización (5.11) es difícil de resolver, dado que es un problema no convexo y no lineal por la manera en la que se expresa la función objetivo (polinomio cuadrático),

así como la inclusión de funciones trigonométricas en las restricciones de igualdad (ecuaciones de flujos de potencia). Así mismo, la formación de las diferentes matrices Jacobiana y Hessiana implica cierto esfuerzo computacional, ya que se debe realizar su proceso de evaluación durante cada iteración.

5.3.2 Resultados del sistema de prueba de 5 nodos

El modelo descrito en la sección anterior, fue resuelto por cada uno de los simuladores en las Tabla 5.4 y la Tabla 5.5, se presentan los resultados de los despachos óptimos de potencia activa y reactiva respectivamente.

De acuerdo a la descripción en la sección inicial de este capítulo, en la primera columna después de indicar el número de nodo generador, se exponen los resultados obtenidos por el programa desarrollado con variables simbólicas (**MPIV1**). En las siguientes dos columnas se muestran los valores de los programas de simulación hechos con expresiones analíticas en MATLAB® (**MPIV2**) y FORTRAN 90 (**MPIV3**), respectivamente. El motivo de haber realizado los códigos con expresiones analíticas fue el poco rendimiento que mostraba del primer algoritmo en términos de tiempo, donde los tiempos de solución disminuyen excesivamente, asemejándose en gran manera a los simuladores comerciales.

En las columnas subsecuentes se indican los resultados del simulador PSS®E 32 y los resultados de los tres métodos que emplea el paquete MATPOWER. Finalmente, en la última columna se muestran los resultados de la función de optimización FMINCON de MATLAB®.

Tabla 5.4. Despacho óptimo de potencia activa (P) del sistema de prueba de 5 nodos [p.u.].

Nodo Generador	MPIV1	MP1V2	MP1V3	PSS	MATPOWER 5.1			FMINCON
					MPW1	MPW2	MPW3	
1	0.9451	0.9435	0.9436	1.0000	1.000	1.000	1.000	0.9424
2	0.1943	0.1947	0.1947	0.1100	0.1100	0.1100	0.1100	0.1943
3	0.0571	0.0583	0.0583	0.0873	0.0873	0.0873	0.0873	0.0570
Evaluación Función Objetivo	0.4035	0.4035	0.4035	0.4068	0.4068	0.4068	0.4068	0.4025

Tabla 5.5. Despacho óptimo de potencia reactiva (Q) del sistema de 5 nodos [p.u.].

Nodo Generador	MPIV1	MP1V2	MP1V3	PSS	MATPOWER 5.1			FMINCON
					MPW1	MPW2	MPW3	
1	0.0969	0.1089	0.1089	0.1297	0.1298	0.1296	0.1298	0.1213
2	0.0633	0.0505	0.0505	0.0317	0.0318	0.0320	0.0318	0.0480
3	0.2000	0.2000	0.2000	0.1999	0.2000	0.2000	0.2000	0.1999

De la misma manera, el estudio de FPO obtiene los resultados de magnitud y ángulo de las tensiones nodales, exceptuando el nodo compensador, cuyos valores permanecen fijos ($1\angle 0^\circ$). Los resultados de las variables mencionadas se exponen en la Tabla 5.6 y la Tabla 5.7, para cada uno de los respectivos programas de simulación de FPO desarrollados y simuladores comerciales.

Tabla 5.6. Magnitud de las tensiones nodales (V) del sistema de prueba de 5 nodos [p.u.].

Nodo	MPIV1	MP1V2	MP1V3	PSS	MATPOWER 5.1			FMINCON
					MPW1	MPW2	MPW3	
2	0.9801	0.9799	0.9799	0.9791	0.979	0.979	0.979	0.9812
3	0.9767	0.9770	0.9770	0.9779	0.978	0.978	0.978	0.9773
4	0.9888	0.9893	0.9892	0.9903	0.990	0.990	0.990	0.9896
5	0.9500	0.9500	0.9500	0.9500	0.950	0.950	0.950	0.9500

Tabla 5.7. Ángulo de las tensiones nodales (δ) del sistema de prueba de 5 nodos [grados].

Nodo	MPIV1	MP1V2	MP1V3	PSS	MATPOWER 5.1			FMINCON
					MPW1	MPW2	MPW3	
2	-3.850°	-3.825°	-3.826°	-4.249°	-4.249°	-4.249°	-4.249°	-3.8149°
3	-9.288°	-9.258°	-9.259°	-9.297°	-9.297°	-9.297°	-9.297°	-9.2514°
4	-8.472°	-8.445°	-8.446°	-8.480°	-8.480°	-8.480°	-8.480°	-8.4385°
5	-8.845°	-8.819°	-8.820°	-9.095°	-9.095°	-9.095°	-9.095°	-8.8059°

En lo que respecta al rendimiento, la Tabla 5.8 muestra dos diferentes conceptos: en primera instancia se indica el número de iteraciones que ocupó cada programa de simulación y cada simulador comercial una vez que se cumplieron los criterios de convergencia, en segundo lugar, se presenta el tiempo de simulación del estudio. Se resalta en negritas el simulador que presentó el mejor desempeño.

Tabla 5.8. Rendimiento de los programas de simulación utilizados para resolver el sistema de prueba de 5 nodos.

Programa	No. de Iteraciones	Tiempo de ejecución [s]
MPIV1	11	73.87
MPIV2	9	0.95
MPIV3	9	0.05
PSS	10	0.10
MPW1	12	0.26
MPW2	13	0.19
MPW3	12	0.15
FMINCON	31	0.46

Finalmente, la Tabla 5.9 muestra los valores de la condición de factibilidad (Evaluación de la condición de primer orden de Karush-Kuhn-Tucker) de cada uno de los programas de simulación desarrollados y de aquellos simuladores que emplearon alguna versión de MPI, esto con la finalidad de conocer la proximidad a la tolerancia antes de que convergiera la solución.

Tabla 5.9. Condiciones de factibilidad de los simuladores que emplean el método de punto interior. Sistema de prueba de 5 nodos.

Iteración	MPIV1	MP1V2	MP1V3	MATPOWER 5.1		FMINCON
				MPW1	MPW3	
1	3.58 E-05	3.59 E-05	3.58 E-05	5.271 E-2	5.271 E-2	8.881E-01
2	1.18 E-05	1.18 E-05	1.18 E-05	4.454 E-03	4.454 E-03	1.175 E-01
3	1.22 E-05	1.23 E-05	1.22 E-05	3.899 E-04	3.899 E-04	8.738 E-02
4	5.76 E-05	5.76 E-05	5.76 E-05	1.342 E-04	1.342 E-04	1.748 E-02
5	1.14 E-04	1.15 E-04	1.14 E-04	1.599 E-03	1.599 E-03	2.370 E-02
6	4.24 E-05	4.24 E-05	4.24 E-05	3.650 E-04	3.650 E-04	5.254 E-02
7	3.90 E-05	3.91 E-05	3.90 E-05	8.432 E-05	8.432 E-05	6.056 E-02
8	4.06 E-06	4.07 E-06	4.07 E-06	1.091 E-05	1.091 E-05	7.135 E-02
9	2.94 E-05	2.9 4E-06	2.95 E-06	2.533 E-04	2.533 E-04	3.239 E-02
10	3.27 E-06	-	-	2.832 E-05	2.832 E-05	1.202 E-02
11	1.17 E-06	-	-	7.210 E-07	7.210 E-07	3.821 E-02
12	-	-	-	3.254 E-09	3.254 E-09	
31**	-	-	-	-	-	3.200 E-07

**Se evitaron los demás resultados desde la iteración 12 de la función FMINCON, debido a la poca diferencia que mostraba hacia la convergencia, mostrando únicamente el último valor en el que la función convergió.

5.3.3 Discusión de resultados del sistema de prueba de 5 nodos

Con base a los resultados expuestos en las tablas anteriores, se concluye que el grupo de programas que utilizaron el MPI desarrollados en este trabajo, obtuvieron resultados muy similares entre sí (0.4035 en la evaluación de la función objetivo de la Tabla 5.4) y lo mismo pasó con el grupo de programas de MATPOWER y el simulador PSS®E 32, que obtuvieron resultados muy similares, al menos en este caso (0.4068 en la Tabla 5.4). La función de optimización FMINCON de MATLAB® logró la mejor evaluación de la función objetivo con un valor de 0.4025 (ver la Tabla 5.4).

De acuerdo a la Tabla 5.8, la mayoría de los simuladores emplearon diferentes números de iteraciones en la búsqueda de la solución, sin haber violado ninguna restricción de desigualdad; el programa de simulación que utiliza variables simbólicas requiere el mayor número de iteraciones y consume demasiado tiempo en realizar las iteraciones hacia la convergencia, debido evidentemente a que la formación y evaluación de las matrices Jacobiana y Hessiana toma más tiempo. En cambio, la segunda y tercera versión de los programas de simulación desarrollados en el presente trabajo (MPIV2 y MPIV3), mostraron un mejor rendimiento que el

simulador de MATPOWER al requerir un menor número de iteraciones y un menor tiempo de simulación.

En lo que respecta a la Tabla 5.9, ésta resume prácticamente una sola cuestión: todos los simuladores, a excepción de la función FMINCON se van acercando de manera proporcional a la tolerancia establecida, puesto que la herramienta de optimización (FMINCON) no tiene un buen rendimiento al tardar demasiadas iteraciones en converger. Una posible explicación sería el inadecuado paso de longitud que toma en consideración el *solver*, como no es posible indicárselo al inicio de la simulación, se desconoce el criterio con el que calcula dicho valor.

Como se mencionó en la parte teórica del MPIPD, el comportamiento de la barrera logarítmica tiende a aproximarse a cero conforme transcurre el proceso iterativo hasta antes de encontrar la solución óptima. De acuerdo a los programas desarrollados, el correspondiente comportamiento del parámetro logarítmico puede mostrarse en la Figura 5.1.

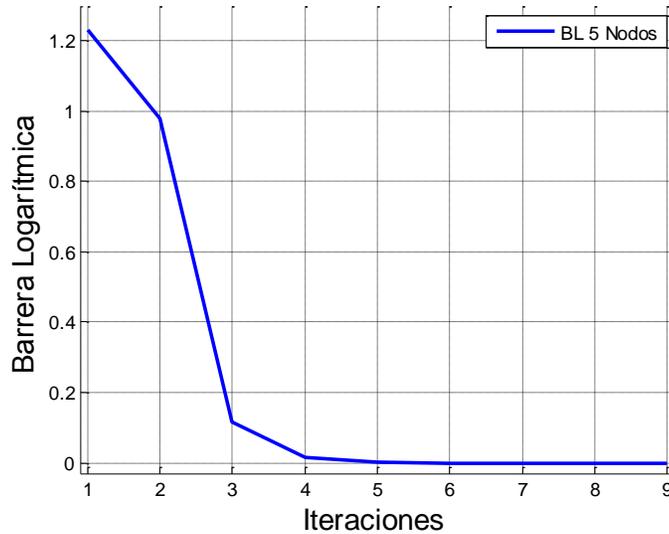


Figura 5.1. Comportamiento de la Barrera Logarítmica durante el proceso iterativo en la solución del sistema de 5 Nodos.

5.3.4 Estado final del sistema de prueba de 5 nodos

Por último, en la Figura 5.2 se muestran los flujos de potencia de la red de prueba, considerando los ajustes óptimos del programa de simulación que mostro mejor rendimiento (MPIV3), dado que los valores de cada programa desarrollado no muestran variación alguna. A su vez, en la Tabla 5.10 se indican las pérdidas entre cada una de las líneas de transmisión del sistema de potencia. Cabe mencionar que en el Apéndice E, se resume el estudio de FPC de C.A. donde se describen las ecuaciones para poder determinar el flujo de potencia entre cada nodo a lo largo de las líneas de transmisión; igualmente se enuncian las ecuaciones necesarias para poder determinar las pérdidas de potencia activa y reactiva que existen entre cada línea de transmisión.

Tabla 5.10. Pérdidas de potencia entre las líneas de transmisión del sistema de prueba de 5 nodos

Nodo i	Nodo k	Potencia Activa P_{ik} [p.u.]	Potencia Reactiva Q_{ik} [p.u.]
1	2	0.0050	0.0116
1	4	0.0000	0.0716
2	3	0.0025	0.0329
2	5	-0.0000	0.0249
3	4	0.0020	0.0056
3	5	0.0000	0.0016

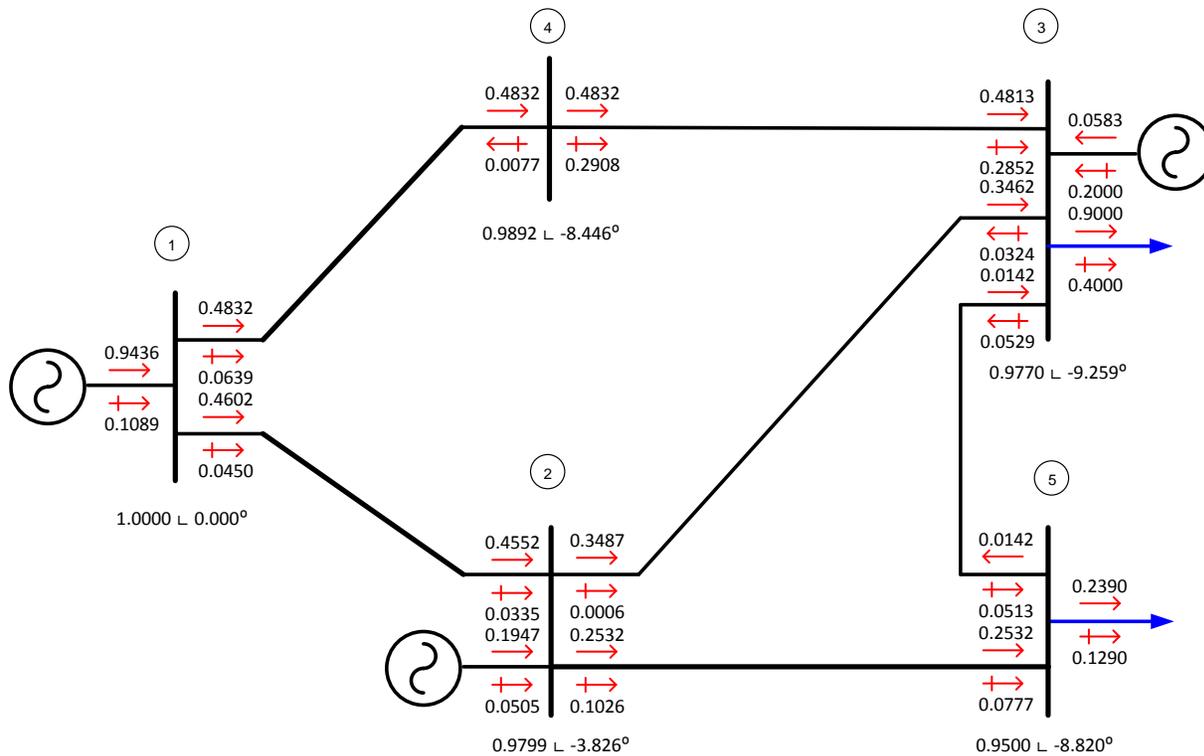


Figura 5.2. Punto de operación final obtenido con el estudio de flujos de potencia óptimos del sistema de prueba de 5 nodos.

5.4 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS

En esta sección se simula el sistema eléctrico de potencia IEEE de 14 nodos, siguiendo la metodología de la sección anterior. Una vez más, los parámetros de este sistema de prueba, los datos de las curvas de entrada-salida de las unidades generadoras y la interconexión del mismo, se describen en el Apéndice C. Al igual que el sistema de prueba anterior, el nodo uno es considerado como nodo compensador al tener una mayor holgura en los límites de potencia activa. Los datos de este sistema de potencia se obtuvieron de las referencias [Matpower, 2016, Uwee, 2016].

Por otra parte, debido a que ya se explicó el proceso de formación del modelo de optimización no lineal, a partir de este apartado se omite el modelado dichas ecuaciones, mostrando directamente los resultados de la simulación, tanto de potencia activa y reactiva, como de magnitud y ángulo de tensión. **Cabe resaltar que de aquí en adelante se omiten los resultados de la función “FMINCON” de MATLAB®**, puesto que no era conveniente modelar el sistema en cuestión de introducir todas las restricciones de igualdad (ecuaciones de flujos de potencia) de manera manual. Los demás programas de simulación como el PSS®E 32 y MATPOWER en sus tres versiones si fueron considerados.

5.4.1 Resultados del sistema de prueba de 14 nodos

Los resultados del despacho óptimo de potencia activa y reactiva de cada uno de los programas se muestran en la Tabla 5.11 y Tabla 5.12, respectivamente. En la Tabla 5.13 y la Tabla 5.14 se exponen los resultados de magnitud y ángulo de las tensiones nodales, exceptuando evidentemente los valores del nodo compensador, al ser simulado con valores de perfil plano.

Una vez más en la Tabla 5.15 se presenta el rendimiento de los programas de simulación desarrollados en contra de los simuladores comerciales, es decir, se indica nuevamente el número de iteraciones y el tiempo de simulación hasta que se encontró una solución factible.

Para concluir con la comparación de este sistema de prueba, en la Tabla 5.16 se muestran los valores de la condición de optimalidad de primer orden (máximo de cada valor del gradiente de la función Lagrangiano, contemplando las variables de decisión) de cada uno de los simuladores que emplean alguna versión del MPI, con el objetivo de conocer la proximidad a la tolerancia antes de que convergiera el proceso de solución.

Tabla 5.11. Despacho óptimo de potencia activa (P) del sistema del IEEE de 14 nodos [p.u].

Nodo Generador	MPIV1	MP1V2	MP1V3	PSS	MATPOWER 5.1		
					MPW1	MPW2	MPW3
1	1.3739	1.3815	1.3313	1.9161	1.9449	1.9447	1.9448
2	1.3997	1.3976	1.3976	0.3660	0.3675	0.3681	0.3675
3	0.0000	0.0000	0.0000	0.3245	0.2901	0.2899	0.2901
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.1122	0.0802	0.0797	0.0802
Evaluación Función Objetivo	56.1514	56.1514	55.1431	63.3026	61.2574	61.2455	61.2574

Tabla 5.12. Despacho óptimo de potencia reactiva (Q) del sistema de 14 nodos [p.u.].

Nodo Generador	MP1V1	MP1V2	MP1V3	PSS	MATPOWER 5.1		
					MPW1	MPW2	MPW3
1	0.0000	0.0000	0.0000	-0.1601	0.0000	0.0036	0.0000
2	0.0503	0.0504	0.0534	0.2309	0.0730	0.0705	0.0730
3	0.2977	0.2979	0.2897	0.2238	0.2151	0.2182	0.2151
4	0.2400	0.2400	0.2400	0.2399	0.2399	0.2376	0.2399
5	0.2400	0.2399	0.2399	0.2294	0.1592	0.1577	0.1592

Tabla 5.13. Magnitud de las tensiones nodales (V) del sistema del IEEE de 14 nodos [p.u.].

Nodo	MP1V1	MP1V2	MP1V3	PSS	MATPOWER 5.1		
					MPW1	MPW2	MPW3
2	0.9868	0.9867	0.9874	0.9860	1.039	1.038	1.039
3	0.9560	0.9560	0.9556	0.9639	1.016	1.016	1.016
4	0.9756	0.9756	0.9758	0.9793	1.031	1.031	1.031
5	1.0247	1.0247	1.0249	1.0273	1.060	1.059	1.060
6	0.9629	0.9629	0.9631	0.9682	1.021	1.020	1.021
7	0.9672	0.9671	0.9674	0.9712	1.025	1.025	1.025
8	0.9835	0.9834	0.9837	0.9882	1.033	1.033	1.033
9	0.9702	0.9701	0.9704	0.9757	1.025	1.024	1.025
10	0.9631	0.9630	0.9633	0.9684	1.019	1.018	1.019
11	0.9656	0.9655	0.9658	0.9702	1.021	1.021	1.021
12	0.9600	0.9600	0.9602	0.9639	1.017	1.016	1.017
13	0.9555	0.9555	0.9557	0.9596	1.012	1.012	1.012
14	0.9440	0.9440	0.9443	0.9490	1.001	1.000	1.001

Tabla 5.14. Ángulo de las tensiones nodales (δ) del sistema del IEEE de 14 nodos [grados].

Nodo	MP1V1	MP1V2	MP1V3	PSS	MATPOWER 5.1		
					MPW1	MPW2	MPW3
2	-2.657°	-2.664°	-2.518°	-4.544°	-3.978°	-3.976°	-3.978°
3	-11.769°	-11.775°	-11.625°	-10.836°	-9.888°	-9.894°	-9.888°
4	-14.314°	-14.320°	-14.200°	-14.426°	-13.106°	-13.108°	-13.106°
5	-13.092°	-13.098°	-12.973°	-11.393°	-10.781°	-10.791°	-10.781°
6	-9.357°	-9.363°	-9.238°	-9.701°	-8.767°	-8.766°	-8.767°
7	-7.846°	-7.851°	-7.739°	-8.366°	-7.546°	-7.544°	-7.546°
8	-13.092°	-13.098°	-12.973°	-12.508°	-11.521°	-11.526°	-11.521°
9	-15.042°	-15.047°	-14.922°	-14.707°	-13.440°	-13.447°	-13.440°
10	-15.259°	-15.265°	-15.140°	-14.999°	-13.689°	-13.696°	-13.689°
11	-14.949°	-14.955°	-14.832°	-14.871°	-13.540°	-13.545°	-13.540°
12	-15.328°	-15.333°	-15.212°	-15.399°	-13.990°	-13.994°	-13.990°
13	-15.425°	-15.430°	-15.309°	-15.465°	-14.053°	-14.057°	-14.053°
14	-16.409°	-16.414°	-16.290°	-16.224°	-14.777°	-14.783°	-14.777°

Tabla 5.15. Rendimiento de los programas de simulación utilizados en la solución del sistema del IEEE de 14 nodos.

Programa	No. de Iteraciones	Tiempo de ejecución [s]
MPIV1	15	919.34
MPIV2	13	1.12
MPIV3	14	0.11
PSS	11	0.10
MPW1	11	0.50
MPW2	9	0.43
MPW3	11	0.51

Tabla 5.16. Condiciones de factibilidad de los simuladores que emplean el método de punto interior para resolver el sistema de prueba IEEE de 14 nodos.

Iteración	MPIV1	MPIV2	MPIV3	MATPOWER 5.1	
				MPW1	MPW3
1	5.13 E-05	5.13 E-05	5.07 E-05	8.548 E-02	4.018 E-02
2	5.28 E-05	5.28 E-05	5.23 E-05	6.537 E-02	2.775 E-02
3	8.11 E-05	8.11 E-05	8.10 E-05	5.816 E-02	2.413 E-02
4	1.13 E-04	1.13 E-04	8.69 E-05	7.510 E-03	7.510 E-03
5	1.11 E-04	1.11 E-04	8.36 E-05	1.502 E-03	1.502 E-03
6	2.56 E-05	2.56 E-05	6.61 E-06	1.247 E-03	1.247 E-03
7	2.50 E-05	2.50 E-05	5.63 E-05	9.073 E-04	9.073 E-05
8	1.79 E-05	1.79 E-05	5.32 E-05	6.479 E-06	6.479 E-06
9	4.80 E-05	4.80 E-05	3.65 E-05	1.467 E-06	1.467 E-06
10	4.13 E-05	4.13 E-05	3.45 E-05	3.381 E-07	3.381 E-07
11	1.68 E-05	1.68 E-05	4.17 E-06	2.757 E-08	2.757 E-08
12	1.97 E-07	1.97 E-07	3.32 E-06	-	-
13	1.57 E-07	1.58 E-07	9.23 E-07	-	-
14	1.45 E-08	-	1.47 E-08	-	-
15	1.27 E-08	-	-	-	-

5.4.2 Discusión de resultados del sistema de prueba IEEE de 14 nodos

Con base en los resultados de la Tabla 5.11 y la Tabla 5.12, se observa que existe una mayor diferencia entre los valores obtenidos con cada uno de los grupos de simuladores para este sistema, que la obtenida con el sistema de prueba anterior, en donde prácticamente no existió variación en demasía entre los simuladores de cada grupo, a excepción del simulador PSS®E 32. Sin embargo, se puede observar que los resultados del método de punto interior primal-dual desarrollado en FORTRAN 90 (**MP1V3**) obtuvieron la mejor evaluación de la función objetivo con 55.1431 (ver la Tabla 5.11) mientras que el simulador con el método de punto interior primal-dual de MATPOWER (**MPW2**) obtuvo la segunda mejor evaluación con 61.2574. Para este caso, los programas desarrollados en el presente trabajo obtienen un mejor óptimo que incluso las versiones de MATPOWER. Al igual que el sistema de prueba anterior,

los valores menos óptimos (pero cercanos a los obtenidos por los programas de MATPOWER) son los obtenidos por el simulador PSS®E 32 cuyo método de solución empleado es el Newton (63.3026 de acuerdo con la Tabla 5.11).

Como se puede observar en la Tabla 5.13 y la Tabla 5.14, los resultados de las variables de magnitud y ángulo de tensión tienen variaciones considerables oscilando por encima y debajo de la unidad en caso de la magnitud de tensión y con valores únicamente negativos en el caso del ángulo de tensión. A pesar de dicha variación ningún valor tanto de despachos óptimos de potencias como de magnitud y ángulo de tensión rebasa los límites impuestos del sistema de prueba.

En la Tabla 5.15 que compara el rendimiento de los programas desarrollados en este trabajo con el de los otros simuladores, se empieza a notar que para un sistema de mayor tamaño, aunque el número de iteraciones aumenta, en el caso de los programas desarrollados, el tiempo de ejecución del programa **MPVI3** sigue siendo menor al de los simuladores de MATPOWER. No obstante, es alarmante comprobar que el tiempo de ejecución del programa de MATLAB® que utiliza funciones con variables simbólicas es extremadamente largo. Cabe señalar que el número de iteraciones del simulador PSS®E 32 es el menor (0.10 s), seguido cercanamente por el desempeño del programa MPIV3 desarrollado en este trabajo en FORTRAN 90 (0.11 s).

De la Tabla 5.16 se puede concluir que para los programas desarrollados, el criterio de convergencia de las condiciones de optimalidad de primer orden se cumple desde la primera iteración; sin embargo, cómo influyen los demás criterios para converger, dicho proceso no se interrumpe hasta la iteración descrita. En el caso de los programas desarrollados, las tres versiones realizan iteraciones similares asemejándose cada valor del criterio de condiciones de factibilidad. Por último, la Figura 5.3 muestra la gráfica del comportamiento del parámetro logarítmico cuya tendencia transcurre hacia cero durante el proceso iterativo.

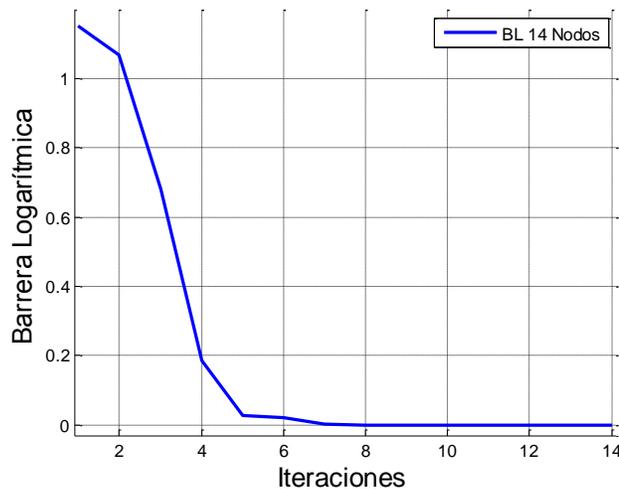


Figura 5.3. Comportamiento de la Barrera Logarítmica durante el proceso iterativo de solución del sistema de 14 nodos.

5.4.3 Estado final del sistema de prueba IEEE de 14 nodos

Como resultados finales de esta simulación, en la Tabla 5.17 se registran las pérdidas de potencia activa y reactiva que tuvo el sistema en cada línea. Asimismo en la Figura 5.4 se visualiza el sistema de prueba con los flujos de potencia contemplando los ajustes óptimos obtenidos por el programa desarrollado con mejor rendimiento (MPIV3).

Tabla 5.17. Pérdidas de potencia en las líneas de transmisión del sistema de 14 nodos.

Nodo i	Nodo k	Potencia Activa P_{ik} [p.u.]	Potencia Reactiva Q_{ik} [p.u.]
1	2	0.0105	0.0055
1	7	0.0193	0.0548
2	3	0.0281	0.0972
2	6	0.0230	0.0533
2	7	0.0142	0.0264
3	6	0.0033	0.0025
4	7	0.0000	0.0479
4	11	0.0004	0.0009
4	12	0.0008	0.0017
4	13	0.0023	0.0046
5	8	0.0000	0.0096
6	7	0.0045	0.0142
6	8	0.0000	0.0213
6	9	0.0000	0.0166
8	9	0.0000	0.0116
9	10	0.0002	0.0007
9	14	0.0017	0.0037
10	11	0.0001	0.0001
12	13	0.0001	0.0001
13	14	0.0005	0.0009

5.5 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 118 NODOS

Para esta sección se muestra el estudio de FPO con el sistema de la IEEE de 118 nodos, cuyos datos se obtuvieron de las referencias [Matpower, 2016, Uwee, 2016]. Como dato histórico, este sistema representa una porción del sistema eléctrico de potencia de Estados Unidos de América (Región del Medio Oeste) de los años 60's. La descripción de este sistema de prueba, los parámetros de las líneas, los coeficientes de costos de las unidades generadoras y el diagrama de una sola fase se muestran nuevamente en el Apéndice C.

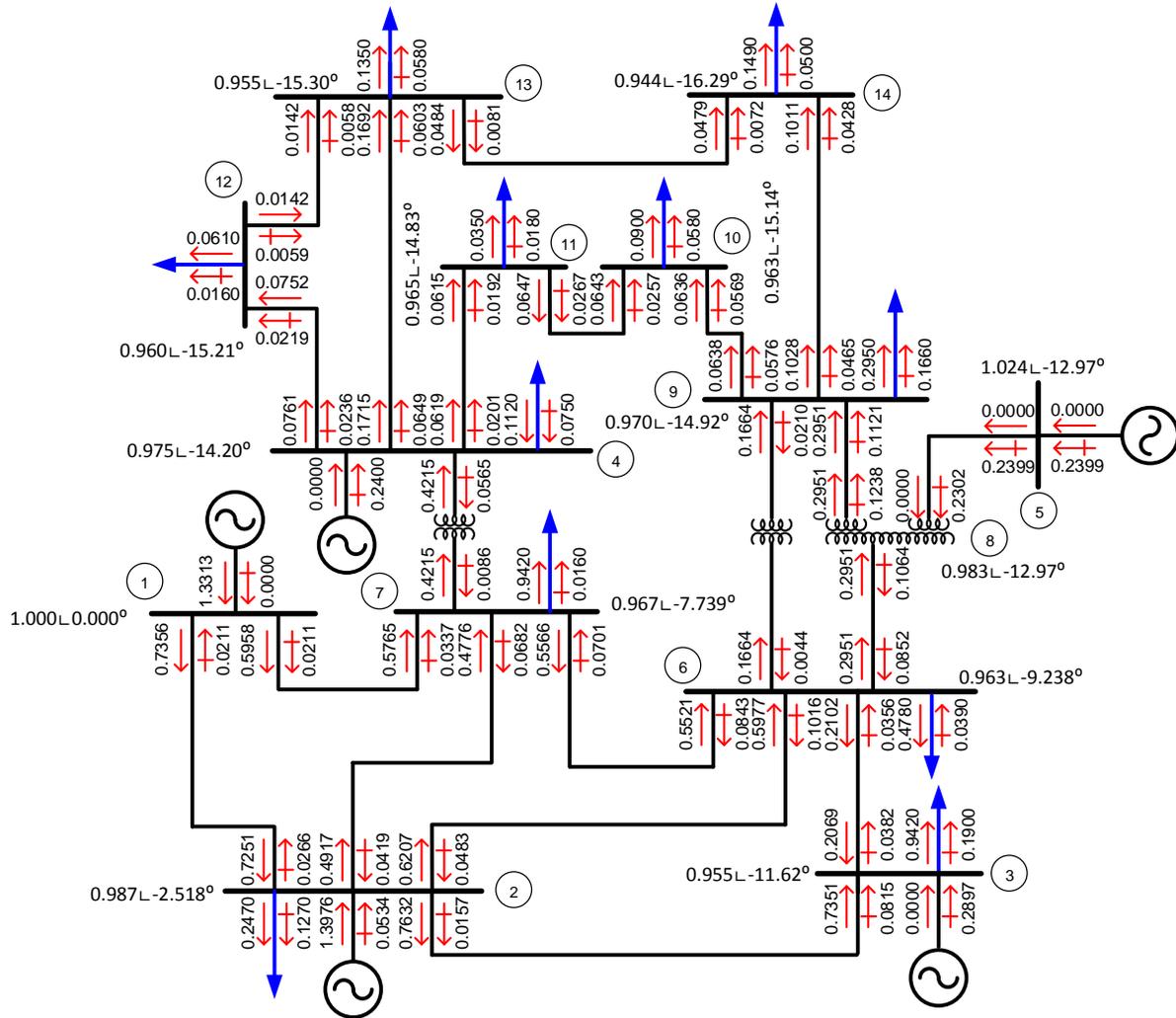


Figura 5.4. Punto de operación final obtenido con el estudio de flujos de potencia óptimos del sistema de prueba de 14 nodos.

El proceso de interpretación de los resultados se realiza de la misma manera que en los sistemas anteriores: primero se muestran los resultados en diferentes tablas y luego se realiza una discusión de los mismos. Cabe mencionar que **por razones de rendimiento, de aquí en adelante no se consideró la primera versión de los programas desarrollados (MPIV1)**, pues cada iteración le tomaba alrededor de 24 horas.

5.5.1 Resultados del sistema de prueba de 118 nodos.

Los resultados correspondientes al despacho de potencia activa y reactiva se muestran en la Tabla 5.18 y Tabla 5.19 respectivamente, con su correspondiente evaluación de la función objetivo. Mientras que en la Tabla 5.20 y Tabla 5.21 se indican una vez más la magnitud y ángulo de tensión, exceptuando los valores del nodo compensador al tener valores de perfil plano.

Tabla 5.18. Despacho óptimo de potencia activa (P) del sistema IEEE de 118 nodos [p.u.].

Nodo generador	MPIV2	MPIV3	PSS	MATPOWER 5.1		
				MPW1	MPW2	MPW3
1	3.0343	3.0342	4.5665	4.5533	4.5533	4.5533
2	0.0000	0.0000	0.2484	0.2605	0.2605	0.2605
3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	3.7430	3.7430	4.0407	4.0112	4.0112	4.0112
7	1.8500	1.8500	0.8529	0.8570	0.8570	0.8570
8	0.0000	0.0000	0.1890	0.2010	0.2010	0.2010
9	0.0000	0.0000	0.1132	0.1237	0.1237	0.1237
10	0.0000	0.0000	0.2012	0.2110	0.2110	0.2110
11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12	1.4278	1.4277	1.9626	1.9441	1.9441	1.9441
13	3.3926	3.3927	2.7892	2.8059	2.8059	2.8059
14	0.0000	0.0000	0.1083	0.1115	0.1115	0.1115
15	0.5195	0.5195	0.0724	0.0725	0.0725	0.0725
16	0.0000	0.0000	0.1545	0.1573	0.1573	0.1573
17	0.0000	0.0000	0.0065	0.0285	0.0285	0.0285
18	0.0000	0.0000	0.0701	0.0901	0.0901	0.0901
19	0.0000	0.0000	0.4783	0.4928	0.4928	0.4928
20	0.0000	0.0000	0.3995	0.4180	0.4180	0.4180
21	0.6418	0.6418	0.1901	0.1909	0.1909	0.1909
22	3.0400	3.0400	1.9279	1.9397	1.9397	1.9397
23	1.4800	1.4800	0.4947	0.4958	0.4958	0.4958
24	0.0000	0.0000	0.2922	0.3270	0.3270	0.3270
25	0.0000	0.0000	0.2956	0.3321	0.3321	0.3321
26	2.5500	2.5500	1.4752	1.4980	1.4980	1.4980
27	1.9111	1.9112	1.4613	1.4867	1.4867	1.4867
28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
29	3.7227	3.7227	3.4411	3.5383	3.5383	3.5383
30	2.0902	2.0901	3.4052	3.5045	3.5045	3.5045
31	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
32	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
33	0.0000	0.0000	0.0108	0.0000	0.0000	0.0000
34	0.0000	0.0000	0.3666	0.1891	0.1891	0.1891
35	0.0000	0.0000	0.7199	0.2523	0.2523	0.2523
36	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
37	4.9757	4.9757	4.2155	4.3352	4.3352	4.3352
38	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
39	0.1251	0.1251	0.0371	0.0376	0.0376	0.0376
40	4.3937	4.3937	5.3226	5.2529	5.2529	5.2529
41	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Tabla 5.18. Despacho óptimo de potencia activa (P) del sistema IEEE de 118 nodos [p.u.] (Continuación).

Nodo generador	MPIV2	MPIV3	PSS	MATPOWER 5.1		
				MPW1	MPW2	MPW3
42	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
43	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
44	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
45	2.8891	2.8892	2.2665	2.3200	2.3200	2.3200
46	0.7450	0.7451	0.3721	0.3772	0.3772	0.3772
47	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
48	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
49	0.0000	0.0000	0.2055	0.2551	0.2551	0.2551
50	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
51	0.6878	0.6878	0.3366	0.3398	0.3398	0.3398
52	0.0000	0.0000	0.1293	0.1708	0.1708	0.1708
53	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
54	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Evaluación Función Objetivo	869.846	869.846	947.684	939.6258	939.6258	939.6258

Tabla 5.19. Despacho óptimo de potencia reactiva (Q) del sistema IEEE de 118 nodos [p.u.].

Nodo generador	MPIV2	MPIV3	PSS	MATPOWER 5.1		
				MPW1	MPW2	MPW3
1	-2.4777	-2.4778	-2.1504	-0.1842	-0.1841	-0.1842
2	0.1500	0.1500	0.1500	0.1500	0.1500	0.1500
3	0.7846	0.7850	0.7584	0.7969	0.7969	0.7969
4	0.3260	0.3261	0.3334	0.3407	0.3407	0.3407
5	-1.3540	-1.3546	-1.1439	-1.2204	-1.2205	-1.2204
6	-1.2104	-1.2104	-1.1449	-1.1398	-1.1397	-1.1398
7	0.5829	0.5829	0.5505	0.5559	0.5559	0.5559
8	0.2841	0.2844	0.2536	0.2506	0.2506	0.2506
9	0.3393	0.3390	0.3107	0.3106	0.3106	0.3106
10	0.2395	0.2398	0.2400	0.2400	0.2400	0.2400
11	0.0573	0.0573	0.0977	-0.0319	-0.0319	-0.0319
12	-0.1017	-0.1018	-0.1686	-0.1892	-0.1892	-0.1892
13	-0.5073	-0.5073	-0.5315	-0.5307	-0.5307	-0.5307
14	0.2735	0.2736	0.2855	0.2899	0.2898	0.2899
15	0.2617	0.2617	0.2696	0.2711	0.2711	0.2711
16	0.2152	0.2152	0.2231	0.2270	0.2270	0.2270
17	0.2017	0.2010	0.0663	-0.0123	-0.0123	-0.0123
18	0.2395	0.2400	0.2344	0.2244	0.2244	0.2244

Tabla 5.19. Despacho óptimo de potencia reactiva (Q) del sistema IEEE de 118 nodos [p.u.] (Continuación).

Nodo generador	MPIV2	MP1V3	PSS	MATPOWER 5.1		
				MPW1	MPW2	MPW3
19	0.3562	0.3561	0.3037	0.2949	0.2949	0.2949
20	0.3851	0.3851	0.2154	0.1986	0.1986	0.1986
21	-0.0340	-0.0340	-0.0276	-0.0375	-0.0375	-0.0375
22	0.3510	0.3511	0.3982	0.4579	0.4579	0.4579
23	0.3196	0.3185	0.3468	0.3446	0.3446	0.3446
24	0.2008	0.2007	0.1957	0.2009	0.2009	0.2009
25	0.1474	0.1488	0.1500	0.1500	0.1500	0.1500
26	0.9373	0.9373	1.1013	1.0896	1.0898	1.0896
27	-0.3216	-0.3214	-0.1180	-0.3290	-0.3284	-0.3290
28	0.1142	0.1144	0.1269	0.1348	0.1348	0.1348
29	-0.6698	-0.6700	-0.6700	-0.6700	-0.6700	-0.6700
30	-0.1090	-0.1090	0.1507	-0.0743	-0.0746	-0.0743
31	0.3084	0.3089	0.3200	0.2829	0.2829	0.2829
32	-0.0478	-0.0478	-0.0084	-0.0521	-0.0521	-0.0521
33	-0.0199	-0.0201	0.2063	-0.0222	-0.0222	-0.0222
34	0.0900	0.0900	0.0900	0.0900	0.0900	0.0900
35	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300
36	0.6999	0.7000	0.2704	0.7000	0.7000	0.7000
37	0.3971	0.3973	0.8750	0.4816	0.4823	0.4816
38	0.2113	0.2116	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300
39	0.0143	0.0143	0.0242	0.0246	0.0246	0.0246
40	0.0084	0.0079	-0.1156	-0.2310	-0.2312	-0.2310
41	0.4509	0.4509	0.4568	0.4624	0.4624	0.4624
42	0.0005	0.0005	0.0025	0.0061	0.0061	0.0061
43	0.0899	0.0900	0.0900	0.0900	0.0900	0.0900
44	-0.0326	-0.0325	-0.0361	-0.0322	-0.0322	-0.0322
45	0.4219	0.4217	0.4172	0.3929	0.3927	0.3929
46	0.1372	0.1374	0.1190	0.1196	0.1194	0.1196
47	0.2296	0.2298	0.2294	0.2290	0.2300	0.2290
48	0.1413	0.1412	0.0980	0.0919	0.0912	0.0919
49	0.0540	0.0540	0.0346	0.0329	0.0329	0.0329
50	0.2299	0.2299	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300
51	-0.0096	-0.0097	0.0189	0.0222	0.0222	0.0222
52	0.1432	0.1432	0.1363	0.1341	0.1341	0.1341
53	-0.0793	-0.0794	-0.0916	-0.0941	-0.0941	-0.0941
54	-0.0566	-0.0575	-0.5135	-2.1370	-2.1381	-2.1370

Tabla 5.20. Magnitud de las tensiones nodales (V) del sistema IEEE de 118 nodos [p.u.].

Nodo	MPIV2	MPIV3	PSS	MATPOWER 5.1		
				MPW1	MPW2	MPW3
2	1.0235	1.0235	1.0222	1.023	1.023	1.023
3	1.0534	1.0534	1.0502	1.051	1.051	1.051
4	1.0478	1.0477	1.0424	1.043	1.043	1.043
5	1.0457	1.0457	1.0460	1.045	1.045	1.045
6	1.0463	1.0462	1.0482	1.048	1.048	1.048
7	1.0478	1.0477	1.0394	1.040	1.040	1.040
8	1.0376	1.0375	1.0368	1.037	1.037	1.037
9	1.0390	1.0390	1.0388	1.039	1.039	1.039
10	1.0356	1.0356	1.0361	1.036	1.036	1.036
11	1.0379	1.0378	1.0456	1.047	1.047	1.047
12	1.0600	1.0600	1.0600	1.060	1.060	1.060
13	1.0600	1.0600	1.0600	1.060	1.060	1.060
14	1.0387	1.0387	1.0390	1.040	1.040	1.040
15	1.0387	1.0386	1.0326	1.034	1.034	1.034
16	1.0369	1.0369	1.0373	1.038	1.038	1.038
17	1.0442	1.0441	1.0403	1.039	1.039	1.039
18	1.0419	1.0419	1.0386	1.038	1.038	1.038
19	1.0239	1.0239	1.0278	1.030	1.030	1.030
20	1.0276	1.0276	1.0280	1.033	1.033	1.033
21	1.0420	1.0420	1.0263	1.041	1.041	1.041
22	1.0494	1.0494	1.0428	1.054	1.054	1.054
23	1.0378	1.0377	1.0282	1.035	1.035	1.035
24	1.0354	1.0353	1.0283	1.035	1.035	1.035
25	1.0359	1.0359	1.0280	1.034	1.034	1.034
26	1.0513	1.0513	1.0486	1.049	1.049	1.049
27	1.0536	1.0536	1.0560	1.051	1.051	1.051
28	1.0498	1.0498	1.0524	1.049	1.049	1.049
29	1.0600	1.0600	1.0600	1.060	1.060	1.060
30	1.0551	1.0550	1.0600	1.060	1.060	1.060
31	0.9945	0.9944	1.0000	1.040	1.040	1.040
32	1.0141	1.0141	1.0288	1.041	1.041	1.041
33	0.9966	0.9966	1.0206	1.039	1.039	1.039
34	0.9713	0.9713	0.9682	1.023	1.023	1.023
35	0.9653	0.9653	0.9400	1.013	1.013	1.013
36	1.0203	1.0203	0.9829	1.047	1.047	1.047
37	1.0454	1.0454	1.0599	1.060	1.060	1.060
38	1.0427	1.0427	1.0454	1.050	1.050	1.050
39	1.0475	1.0475	1.0484	1.053	1.053	1.053
40	1.0600	1.0600	1.0600	1.060	1.060	1.060
41	1.0403	1.0403	1.0406	1.041	1.041	1.041
42	1.0437	1.0436	1.0440	1.045	1.045	1.045

Tabla 5.20. Magnitud de las tensiones nodales (V) del sistema IEEE de 118 nodos [p.u.] (Continuación).

Nodo	MPIV2	MPIV3	PSS	MATPOWER 5.1		
				MPW1	MPW2	MPW3
43	1.0495	1.0495	1.0493	1.051	1.051	1.051
44	1.0510	1.0509	1.0523	1.054	1.054	1.054
45	1.0600	1.0600	1.0565	1.059	1.059	1.059
46	1.0595	1.0595	1.0517	1.055	1.055	1.055
47	1.0458	1.0458	1.0408	1.044	1.044	1.044
48	1.0429	1.0429	1.0382	1.042	1.042	1.042
49	1.0294	1.0294	1.0295	1.035	1.035	1.035
50	1.0467	1.0467	1.0429	1.047	1.047	1.047
51	1.0600	1.0600	1.0519	1.056	1.056	1.056
52	1.0325	1.0324	1.0316	1.036	1.036	1.036
53	1.0466	1.0466	1.0452	1.046	1.046	1.046
54	1.0517	1.0516	1.0487	1.043	1.043	1.043
55	1.0336	1.0336	1.0280	1.029	1.029	1.029
56	1.0300	1.0300	1.0272	1.028	1.028	1.028
57	1.0501	1.0500	1.0474	1.048	1.048	1.048
58	1.0471	1.0471	1.0406	1.042	1.042	1.042
59	1.0600	1.0600	1.0600	1.060	1.060	1.060
60	1.0418	1.0418	1.0355	1.036	1.036	1.036
61	1.0284	1.0284	1.0235	1.024	1.024	1.024
62	1.0440	1.0440	1.0379	1.039	1.039	1.039
63	1.0414	1.0414	1.0352	1.036	1.036	1.036
64	1.0499	1.0499	1.0486	1.049	1.049	1.049
65	1.0256	1.0256	1.0269	1.028	1.028	1.028
66	1.0220	1.0219	1.0239	1.025	1.025	1.025
67	1.0267	1.0267	1.0293	1.030	1.030	1.030
68	1.0435	1.0435	1.0471	1.048	1.048	1.048
69	1.0333	1.0332	1.0311	1.032	1.032	1.032
70	1.0349	1.0349	1.0301	1.031	1.031	1.031
71	1.0600	1.0600	1.0600	1.060	1.060	1.060
72	1.0336	1.0335	1.0318	1.032	1.032	1.032
73	1.0413	1.0413	1.0381	1.037	1.037	1.037
74	1.0459	1.0459	1.0430	1.042	1.042	1.042
75	1.0600	1.0600	1.0600	1.060	1.060	1.060
76	1.0250	1.0249	1.0268	1.028	1.028	1.028
77	1.0182	1.0181	1.0212	1.024	1.024	1.024
78	1.0307	1.0306	1.0255	1.029	1.029	1.029
79	1.0268	1.0267	1.0187	1.029	1.029	1.029
80	1.0240	1.0239	1.0142	1.026	1.026	1.026
81	1.0393	1.0392	1.0296	1.049	1.049	1.049
82	1.0483	1.0483	1.0394	1.052	1.052	1.052

Tabla 5.20. Magnitud de las tensiones nodales (V) del sistema IEEE de 118 nodos [p.u.] (Continuación).

Nodo	MPIV2	MPIV3	PSS	MATPOWER 5.1		
				MPW1	MPW2	MPW3
83	1.0408	1.0407	1.0333	1.044	1.044	1.044
84	1.0262	1.0262	1.0174	1.027	1.027	1.027
85	1.0215	1.0214	1.0121	1.021	1.021	1.021
86	1.0222	1.0222	1.0126	1.020	1.020	1.020
87	1.0355	1.0355	1.0275	1.036	1.036	1.036
88	1.0283	1.0283	1.0198	1.028	1.028	1.028
89	1.0513	1.0513	1.0533	1.049	1.049	1.049
90	1.0572	1.0572	1.0543	1.053	1.053	1.053
91	1.0594	1.0594	1.0582	1.056	1.057	1.056
92	1.0472	1.0471	1.0506	1.049	1.049	1.049
93	1.0522	1.0521	1.0509	1.051	1.051	1.051
94	0.9978	0.9977	1.0115	1.040	1.040	1.040
95	0.9750	0.9750	0.9644	1.025	1.025	1.025
96	1.0168	1.0168	1.0046	1.043	1.043	1.043
97	1.0206	1.0206	1.0148	1.044	1.044	1.044
98	1.0555	1.0554	1.0600	1.060	1.060	1.060
99	1.0229	1.0229	1.0272	1.038	1.038	1.038
100	1.0277	1.0277	1.0313	1.040	1.040	1.040
101	1.0336	1.0335	1.0365	1.042	1.042	1.042
102	1.0368	1.0367	1.0378	1.042	1.042	1.042
103	1.0454	1.0454	1.0462	1.048	1.048	1.048
104	1.0380	1.0379	1.0384	1.041	1.041	1.041
105	1.0340	1.0340	1.0351	1.039	1.039	1.039
106	1.0200	1.0200	1.0231	1.027	1.027	1.027
107	1.0253	1.0253	1.0307	1.036	1.036	1.036
108	1.0306	1.0306	1.0403	1.043	1.043	1.043
109	1.0433	1.0433	1.0511	1.052	1.052	1.052
110	1.0436	1.0436	1.0415	1.044	1.044	1.044
111	1.0470	1.0469	1.0460	1.048	1.048	1.048
112	1.0352	1.0352	1.0317	1.036	1.036	1.036
113	1.0430	1.0430	1.0386	1.042	1.042	1.042
114	1.0431	1.0431	1.0389	1.043	1.043	1.043
115	1.0331	1.0331	1.0335	1.034	1.034	1.034
116	1.0329	1.0328	1.0332	1.034	1.034	1.034
117	1.0328	1.0328	1.0243	1.025	1.025	1.025
118	0.9641	0.9641	0.9465	1.013	1.013	1.013

Tabla 5.21. Ángulo de las tensiones nodales (δ) del sistema IEEE de 118 nodos [grados].

Nodo	MPIV2	MPIV3	PSS	MATPOWER 5.1		
				MPW1	MPW2	MPW3
2	-11.710°	-11.710°	-14.155°	17.253°	17.254°	17.253°
3	-8.170°	-8.170°	-10.982°	20.365°	20.365°	20.365°
4	-9.697°	-9.697°	-12.876°	18.482°	18.482°	18.482°
5	-4.047°	-4.047°	-6.264°	25.052°	25.052°	25.052°
6	8.073°	8.073°	6.795°	38.015°	38.016°	38.015°
7	-9.775°	-9.775°	-13.360°	18.013°	18.013°	18.013°
8	-12.503°	-12.504°	-14.031°	17.380°	17.380°	17.380°
9	-12.381°	-12.381°	-13.740°	17.676°	17.676°	17.676°
10	-12.919°	-12.919°	-14.131°	17.291°	17.291°	17.291°
11	-6.540°	-6.540°	-7.588°	23.691°	23.691°	23.691°
12	0.506°	0.506°	-0.787°	30.530°	30.530°	30.530°
13	3.084°	3.084°	0.769°	32.114°	32.114°	32.114°
14	-9.889°	-9.889°	-11.427°	19.926°	19.926°	19.926°
15	-10.604°	-10.604°	-13.391°	17.972°	17.972°	17.972°
16	-10.225°	-10.225°	-11.830°	19.524°	19.524°	19.524°
17	-12.812°	-12.812°	-13.948°	17.493°	17.493°	17.493°
18	-13.248°	-13.248°	-14.310°	17.145°	17.145°	17.145°
19	-16.165°	-16.164°	-15.532°	15.953°	15.953°	15.953°
20	-14.752°	-14.752°	-14.662°	16.806°	16.806°	16.806°
21	-3.844°	-3.844°	-9.680°	21.519°	21.519°	21.519°
22	-2.676°	-2.676°	-7.292°	23.878°	23.878°	23.878°
23	-5.514°	-5.514°	-12.128°	19.231°	19.231°	19.231°
24	-6.001°	-6.001°	-12.202°	19.179°	19.179°	19.179°
25	-5.818°	-5.818°	-12.137°	19.230°	19.230°	19.230°
26	-2.797°	-2.797°	-9.351°	21.860°	21.860°	21.860°
27	-0.522°	-0.522°	-5.662°	25.469°	25.469°	25.469°
28	-1.495°	-1.495°	-6.206°	24.919°	24.919°	24.919°
29	0.407°	0.407°	-2.347°	28.498°	28.498°	28.498°
30	0.349°	0.349°	-2.259°	28.859°	28.859°	28.859°
31	-7.170°	-7.170°	-7.207°	23.710°	23.710°	23.710°
32	-7.578°	-7.578°	-8.237°	22.995°	22.995°	22.995°
33	-7.498°	-7.498°	-7.791°	23.353°	23.353°	23.353°
34	-8.415°	-8.415°	-7.580°	22.948°	22.948°	22.948°
35	-8.396°	-8.396°	-7.320°	22.908°	22.908°	22.908°
36	-3.332°	-3.332°	-3.667°	25.932°	25.932°	25.932°
37	-0.396°	-0.396°	-1.560°	28.079°	28.079°	28.079°
38	-3.386°	-3.386°	-4.363°	26.579°	26.579°	26.579°
39	-2.584°	-2.584°	-5.130°	25.824°	25.824°	25.824°
40	0.455°	0.455°	0.494°	31.240°	31.240°	31.240°
41	-4.576°	-4.576°	-4.737°	26.000°	26.000°	26.000°
42	-3.795°	-3.795°	-4.214°	26.511°	26.511°	26.511°

Tabla 5.21. Ángulo de las tensiones nodales (δ) del sistema IEEE de 118 nodos [grados] (Continuación).

Nodo	MPIV2	MPIV3	PSS	MATPOWER 5.1		
				MPW1	MPW2	MPW3
43	-1.890°	-1.889°	-2.694°	28.018°	28.018°	28.018°
44	-1.945°	-1.945°	-4.205°	26.164°	26.164°	26.164°
45	-0.783°	-0.782°	-3.486°	27.169°	27.168°	27.169°
46	-1.649°	-1.649°	-4.861°	25.890°	25.890°	25.890°
47	-4.719°	-4.719°	-7.293°	23.564°	23.564°	23.564°
48	-5.429°	-5.429°	-7.818°	23.099°	23.099°	23.099°
49	-8.232°	-8.232°	-9.513°	21.666°	21.666°	21.666°
50	-4.684°	-4.684°	-6.919°	24.134°	24.133°	24.134°
51	-2.003°	-2.003°	-5.627°	25.426°	25.426°	25.426°
52	-7.053°	-7.052°	-8.848°	22.363°	22.363°	22.363°
53	-10.299°	-10.299°	-12.090°	19.289°	19.289°	19.289°
54	-1.089°	-1.089°	-2.901°	27.598°	27.598°	27.598°
55	-10.867°	-10.867°	-14.029°	17.359°	17.359°	17.359°
56	-10.965°	-10.965°	-13.674°	17.714°	17.714°	17.714°
57	-7.759°	-7.759°	-10.522°	20.823°	20.823°	20.823°
58	-9.853°	-9.853°	-13.188°	18.176°	18.176°	18.176°
59	1.762°	1.762°	0.007°	31.278°	31.279°	31.278°
60	-9.790°	-9.790°	-13.022°	18.344°	18.344°	18.344°
61	-11.330°	-11.330°	-14.180°	17.198°	17.198°	17.198°
62	-10.900°	-10.900°	-13.947°	17.437°	17.437°	17.437°
63	-10.622°	-10.622°	-13.655°	17.722°	17.722°	17.722°
64	-10.238°	-10.238°	-12.062°	19.319°	19.319°	19.319°
65	-12.618°	-12.618°	-13.828°	17.569°	17.569°	17.569°
66	-11.565°	-11.565°	-12.775°	18.602°	18.602°	18.602°
67	-9.684°	-9.684°	-10.900°	20.453°	20.453°	20.453°
68	-5.841°	-5.841°	-7.076°	24.236°	24.236°	24.236°
69	-10.774°	-10.774°	-12.813°	18.545°	18.545°	18.545°
70	-10.950°	-10.950°	-13.546°	17.817°	17.817°	17.817°
71	-6.043°	-6.043°	-8.008°	23.326°	23.326°	23.326°
72	-13.198°	-13.198°	-14.533°	16.882°	16.882°	16.882°
73	-13.238°	-13.238°	-14.309°	17.139°	17.139°	17.139°
74	-12.372°	-12.372°	-13.483°	17.935°	17.935°	17.935°
75	-7.914°	-7.914°	-9.605°	21.683°	21.683°	21.683°
76	-15.276°	-15.276°	-15.287°	16.173°	16.173°	16.173°
77	-16.472°	-16.472°	-15.980°	15.504°	15.504°	15.504°
78	-12.325°	-12.324°	-14.684°	16.720°	16.720°	16.720°
79	-9.255°	-9.255°	-13.408°	17.921°	17.921°	17.921°
80	-7.251°	-7.250°	-12.052°	19.231°	19.231°	19.231°
81	-3.367°	-3.367°	-7.754°	23.335°	23.335°	23.335°
82	-3.400°	-3.400°	-8.273°	22.908°	22.908°	22.908°

**Tabla 5.21. Ángulo de las tensiones nodales (δ) del sistema IEEE de 118 nodos [grados].
(Continuación).**

Nodo	MPIV2	MPIV3	PSS	MATPOWER 5.1		
				MPW1	MPW2	MPW3
83	-4.086°	-4.086°	-9.123°	22.111°	22.111°	22.111°
84	-5.795°	-5.795°	-11.412°	19.894°	19.894°	19.894°
85	-6.452°	-6.452°	-12.255°	19.074°	19.074°	19.074°
86	-6.727°	-6.727°	-13.013°	18.345°	18.345°	18.345°
87	-5.450°	-5.450°	-11.236°	20.083°	20.084°	20.083°
88	-6.066°	-6.066°	-11.989°	19.348°	19.348°	19.348°
89	-1.265°	-1.265°	-6.424°	24.708°	24.708°	24.708°
90	-1.353°	-1.353°	-6.556°	24.541°	24.541°	24.541°
91	-0.615°	-0.615°	-5.127°	25.916°	25.916°	25.916°
92	-1.272°	-1.272°	-4.848°	26.274°	26.274°	26.274°
93	-0.703°	-0.703°	-2.515°	27.951°	27.951°	27.951°
94	-7.348°	-7.348°	-7.564°	23.490°	23.490°	23.490°
95	-7.169°	-7.169°	-6.953°	23.780°	23.780°	23.780°
96	-3.537°	-3.537°	-6.286°	25.660°	25.660°	25.660°
97	-3.078°	-3.078°	-5.391°	25.938°	25.938°	25.938°
98	-0.605°	-0.605°	-2.203°	27.971°	27.970°	27.971°
99	-4.405°	-4.405°	-6.309°	24.867°	24.867°	24.867°
100	-4.432°	-4.432°	-6.056°	25.048°	25.048°	25.048°
101	-3.924°	-3.924°	-5.110°	25.885°	25.885°	25.885°
102	-3.895°	-3.895°	-5.463°	25.490°	25.490°	25.490°
103	-2.125°	-2.125°	-2.501°	28.323°	28.323°	28.323°
104	-2.530°	-2.530°	-3.879°	26.805°	26.805°	26.805°
105	-2.680°	-2.679°	-4.505°	26.155°	26.155°	26.155°
106	-3.443°	-3.442°	-5.214°	25.435°	25.435°	25.435°
107	-3.426°	-3.426°	-5.134°	25.493°	25.493°	25.493°
108	-2.273°	-2.273°	-3.700°	26.438°	26.438°	26.438°
109	-1.709°	-1.709°	-3.434°	26.589°	26.588°	26.589°
110	-2.044°	-2.044°	-3.941°	26.742°	26.742°	26.742°
111	-2.036°	-2.036°	-3.202°	27.500°	27.500°	27.500°
112	-6.000°	-5.999°	-8.231°	22.699°	22.699°	22.699°
113	-5.297°	-5.297°	-7.625°	23.348°	23.347°	23.348°
114	-5.211°	-5.211°	-7.514°	23.482°	23.482°	23.482°
115	-10.572°	-10.572°	-12.148°	19.206°	19.206°	19.206°
116	-10.589°	-10.589°	-12.160°	19.194°	19.194°	19.194°
117	-11.152°	-11.152°	-14.759°	16.617°	16.617°	16.617°
118	-8.193°	-8.193°	-7.590°	22.964°	22.964°	22.964°

Por otro lado, la Tabla 5.22 muestra los conceptos del número de iteraciones y el tiempo de simulación del estudio que ocupó cada programa de simulación y cada simulador comercial una vez que cumplieron todos los criterios de convergencia.

Tabla 5.22. Rendimiento de los programas de simulación utilizados al resolver el sistema IEEE de 118 nodos.

Programa	No. de Iteraciones	Tiempo de ejecución [s]
MPIV2	19	74.11
MPIV3	19	27.26
PSS	20	0.10
MPW1	16	1.03
MPW2	16	1.79
MPW3	16	1.11

Para concluir esta simulación, la Tabla 5.23 muestra los valores de la condición de factibilidad de cada uno de los programas de simulación desarrollados y de aquellos simuladores que emplearon alguna versión de MPI, con el propósito meramente de conocer la proximidad hacia la convergencia.

Tabla 5.23. Condiciones de factibilidad de los simuladores que emplean el método de punto interior al resolver el sistema de Prueba IEEE de 118 Nodos.

Iteración	MPIV2	MPIV3	MATPOWER 5.1	
			MPW1	MPW3
1	4.64 E-02	4.64E-05	6.122 E-01	6.122 E-01
2	5.15 E-02	5.15E-05	2.084 E-01	2.084 E-01
3	4.69 E-02	4.70E-05	7.234 E-02	7.234 E-02
4	4.69 E-02	4.63E-05	3.801 E-02	3.801 E-02
5	4.17 E-02	4.78E-05	1.232 E-02	1.232 E-02
6	4.08 E-02	4.72E-05	6.329 E-03	6.329 E-03
7	3.72 E-02	4.99E-05	9.184 E-03	9.184 E-03
8	1.19 E-01	8.16E-05	6.559 E-03	6.559 E-03
9	1.14 E-01	7.72E-05	1.347 E-02	1.347 E-02
10	9.74 E-02	6.12E-05	5.638 E-03	5.638 E-03
11	7.38 E-02	4.76E-05	6.138 E-03	6.138 E-03
12	4.42 E-02	3.07E-05	2.086 E-03	2.086 E-03
13	2.73 E-02	1.85E-05	1.624 E-06	1.624 E-06
14	4.43 E-03	4.09E-06	4.491 E-06	4.491 E-06
15	3.10 E-03	2.65E-06	3.302 E-05	3.302 E-05
16	6.75 E-04	5.08E-07	1.731 E-08	1.731 E-08
17	4.21 E-04	3.91E-07	-	-
18	7.97 E-05	8.75E-08	-	-
19	7.81 E-05	6.58E-08	-	-

5.5.2 Análisis de resultados del sistema de prueba IEEE de 118nodos

Primeramente se debe recalcar que ningún valor resultante de la simulación rebasa algún margen establecido, por lo que el sistema opera en condiciones seguras en ese instante. Los resultados expuestos en la Tabla 5.18, la Tabla 5.19, la Tabla 5.20 y la Tabla 5.21 son similares en el caso de las últimas versiones de los programas desarrollados, no obstante, difieren con los simuladores comerciales evidentemente al utilizar otro método de solución como el Newton (PSS®E 32) y diferentes versiones del MPI (MATPOWER 5.1).

Por su puesto, al no existir un solo mínimo local, se obtienen diferentes valores que repercuten en diferentes evaluaciones de la función objetivo. Las mejores evaluaciones corresponden a los códigos desarrollados, pues mantienen un mejor óptimo (un mínimo de **869.846** de acuerdo con la Tabla 5.18) en comparación con los simuladores comerciales. Sin embargo, en cuestiones de rendimiento, los algoritmos desarrollados son rebasados por los simuladores comerciales, al tener un número ligeramente mayor de iteraciones y un tiempo de solución superior.

Con base a las condiciones de optimalidad, se concluye que los códigos desarrollados mantienen una convergencia lenta, en la que el criterio en cuestión es satisfecho desde iteraciones antes de encontrar la solución; no obstante, los criterios de paro específicos aun no cumplen en ese momento la tolerancia requerida. De hecho, todos los criterios de paro de la tercera versión del MPI se resumen la Tabla 5.24 como se observa el criterio problemático es el complementario pues los criterios restantes cumplen su tolerancia desde iteraciones anteriores. En relación con el último criterio de paro, la Figura 5.5 representa cada valor de dicho criterio durante cada iteración.

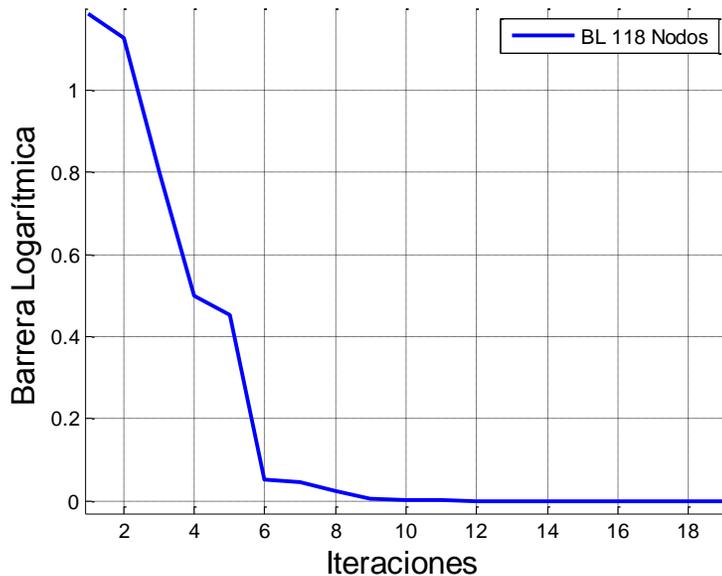


Figura 5.5. Comportamiento de la Barrera Logarítmica durante el proceso iterativo en la solución del sistema de 118 nodos.

Tabla 5.24. Criterios de paro del sistema de prueba IEEE de 118 nodos.

Iteración	Criterio Primal	Criterio Dual	Criterio Complementario	Criterio de la Función Objetivo	Criterio de la Barrera Logarítmica
1	0.30E+00	0.46E-04	0.43E+03	0.30E+00	0.12E+01
2	0.46E+00	0.51E-04	0.37E+03	0.16E+00	0.11E+01
3	0.27E+00	0.47E-04	0.26E+03	0.42E-02	0.80E+00
4	0.24E+00	0.46E-04	0.16E+03	0.73E-03	0.50E+00
5	0.70E-02	0.48E-04	0.15E+03	0.87E-02	0.45E+00
6	0.66E-02	0.47E-04	0.17E+02	0.88E-02	0.52E-01
7	0.57E-01	0.50E-04	0.15E+02	0.64E-02	0.45E-01
8	0.72E-01	0.82E-04	0.79E+01	0.25E-02	0.23E-01
9	0.54E-01	0.77E-04	0.16E+01	0.31E-03	0.49E-02
10	0.20E-01	0.61E-04	0.12E+01	0.65E-04	0.37E-02
11	0.85E-02	0.48E-04	0.53E+00	0.27E-05	0.16E-02
12	0.31E-02	0.31E-04	0.26E+00	0.83E-05	0.80E-03
13	0.14E-02	0.19E-04	0.12E+00	0.32E-05	0.36E-03
14	0.30E-03	0.41E-05	0.60E-01	0.54E-05	0.18E-03
15	0.19E-03	0.26E-05	0.16E-01	0.23E-05	0.49E-04
16	0.25E-04	0.51E-06	0.11E-01	0.22E-05	0.33E-04
17	0.19E-04	0.39E-06	0.21E-02	0.84E-06	0.63E-05
18	0.28E-05	0.88E-07	0.16E-02	0.15E-06	0.49E-05
19	0.21E-05	0.66E-07	0.32E-03	0.62E-07	0.97E-06

5.5.3 Estado final del sistema de prueba IEEE de 118 nodos

Como estado final del sistema, se muestran los resultados finales de esta simulación. En la Tabla 5.25 se registran las pérdidas de potencia activa y reactiva que tuvo el sistema en cada línea. Por otro lado, en la Figura 5.6, la Figura 5.7 y la Figura 5.8 se visualiza el sistema de prueba con los flujos de potencia contemplando los ajustes óptimos obtenidos por el programa desarrollado con mejor rendimiento (**MPIV3**); esta representación gráfica se realizó por partes con la finalidad de tener una mejor visualización de los flujos de potencia óptimos.

Tabla 5.25. Pérdidas de potencia en las líneas de transmisión del sistema de 118 nodos.

Nodo i	Nodo k	Potencia Activa P_{ik} [p.u.]	Potencia Reactiva Q_{ik} [p.u.]
1	22	0.0040	-0.0284
1	31	0.0275	0.0553
1	36	0.0106	-0.0174
1	81	0.0051	-0.0189
1	93	0.0000	0.0750

**Tabla 5.25. Pérdidas de potencia en las líneas de transmisión del sistema de 118 nodos.
(Continuación).**

Nodo i	Nodo k	Potencia Activa P_{ik} [p.u.]	Potencia Reactiva Q_{ik} [p.u.]
1	95	0.0391	0.0555
2	55	0.0009	-0.0103
2	56	0.0014	-0.0009
3	57	0.0018	0.0070
3	60	0.0041	0.0038
4	57	0.0049	0.0145
4	58	0.0001	-0.0026
5	57	0.0000	0.1733
5	59	0.0302	-0.2578
5	71	0.0026	-0.2505
6	59	0.0337	-0.2526
7	55	0.0027	0.0002
7	56	0.0014	-0.0178
7	58	0.0000	-0.0047
7	60	0.0005	-0.0011
7	62	0.0017	-0.0043
7	63	0.0008	-0.0086
7	117	0.0013	-0.0139
8	10	0.0004	-0.0040
8	61	0.0006	-0.0317
8	62	0.0013	-0.0228
8	64	0.0118	0.0150
8	72	0.0004	-0.0159
9	10	0.0005	-0.0041
9	64	0.0075	0.0237
10	17	0.0001	-0.0336
10	65	0.0002	-0.0149
11	31	0.0000	-0.0500
11	32	0.0011	-0.0219
11	68	0.0010	-0.0232
12	13	0.0000	0.0595
12	14	0.0422	0.1172
12	68	0.0325	0.1180
13	71	0.0305	-0.1821
14	16	0.0001	-0.0099
14	69	0.0007	-0.0085

**Tabla 5.25. Pérdidas de potencia en las líneas de transmisión del sistema de 118 nodos.
(Continuación).**

Nodo i	Nodo k	Potencia Activa P_{ik} [p.u.]	Potencia Reactiva Q_{ik} [p.u.]
14	116	0.0006	-0.0081
15	16	0.0001	-0.0131
15	64	0.0003	-0.0205
15	70	0.0005	-0.0030
16	53	0.0001	-0.0274
16	68	0.0141	-0.0117
16	115	0.0002	-0.0079
17	18	0.0007	-0.0008
17	74	0.0018	0.0013
17	78	0.0004	-0.0216
18	73	0.0000	-0.0014
19	20	0.0010	-0.0212
19	74	0.0097	0.0054
19	76	0.0012	-0.0043
19	77	0.0004	-0.0052
20	22	0.0629	0.1938
20	77	0.0021	-0.0112
21	80	0.0082	0.0098
21	81	0.0002	-0.0166
21	82	0.0002	-0.0251
22	23	0.0049	-0.0629
22	30	0.0128	0.0381
22	80	0.0131	0.0110
22	81	0.0012	-0.0050
22	82	0.0011	-0.0038
22	83	0.0031	-0.0016
22	84	0.0086	0.0053
23	24	0.0003	-0.0098
23	25	0.0009	-0.0007
23	26	0.0024	-0.0212
23	86	0.0012	-0.0111
24	25	0.0002	-0.0013
24	26	0.0036	-0.0141
25	26	0.0080	-0.0353
25	87	0.0001	-0.0126
25	88	0.0003	-0.0123

**Tabla 5.25. Pérdidas de potencia en las líneas de transmisión del sistema de 118 nodos.
(Continuación).**

Nodo i	Nodo k	Potencia Activa P_{ik} [p.u.]	Potencia Reactiva Q_{ik} [p.u.]
26	27	0.0024	-0.0103
26	89	0.0011	-0.0156
26	90	0.0000	0.0192
27	28	0.0019	0.0030
27	89	0.0027	0.0056
27	91	0.0000	0.0014
28	30	0.0011	-0.0267
28	89	0.0001	-0.0077
28	92	0.0000	-0.0169
29	30	0.0000	0.0007
29	75	0.0217	-0.3497
29	91	0.0010	-0.2017
29	93	0.0026	-0.3287
30	92	0.0020	-0.0060
31	34	0.0021	-0.0098
31	94	0.0001	-0.0038
31	95	0.0007	-0.0153
32	94	0.0004	-0.0214
33	94	0.0000	-0.0057
34	95	0.0032	0.0055
35	36	0.0199	0.0492
35	118	0.0001	-0.0061
36	37	0.0306	0.0569
36	95	0.0090	0.0039
36	96	0.0006	-0.0047
36	99	0.0014	-0.0386
37	44	0.0009	-0.0260
37	97	0.0089	0.0298
37	98	0.0000	0.0031
37	107	0.0035	-0.0090
37	108	0.0028	0.0003
37	109	0.0011	-0.0105
38	40	0.0041	0.0043
38	100	0.0011	-0.0153
38	101	0.0011	-0.0044
38	102	0.0003	-0.0141

**Tabla 5.25. Pérdidas de potencia en las líneas de transmisión del sistema de 118 nodos.
(Continuación).**

Nodo i	Nodo k	Potencia Activa P_{ik} [p.u.]	Potencia Reactiva Q_{ik} [p.u.]
38	103	0.0010	-0.0100
39	102	0.0004	-0.0212
40	41	0.0322	0.0392
40	43	0.0102	-0.0045
40	50	0.0103	0.0220
40	103	0.0065	0.0224
41	42	0.0007	-0.0092
42	43	0.0027	-0.0088
43	45	0.0004	-0.0243
43	104	0.0009	-0.0091
43	105	0.0008	-0.0198
43	111	0.0001	-0.0078
44	45	0.0014	-0.0056
45	46	0.0014	-0.0256
45	47	0.0056	-0.0050
45	105	0.0091	-0.0044
45	109	0.0007	-0.0237
45	110	0.0013	-0.0123
45	112	0.0105	0.0048
46	47	0.0058	-0.0033
46	48	0.0093	0.0053
47	48	0.0011	-0.0010
48	49	0.0040	-0.0118
48	112	0.0007	-0.0049
48	113	0.0000	-0.0100
49	112	0.0024	-0.0167
50	51	0.0093	0.0208
50	52	0.0108	-0.0061
50	114	0.0004	-0.0098
53	64	0.0001	-0.0038
54	93	0.0010	-0.0783
56	57	0.0075	0.0183
57	60	0.0058	0.0098
60	61	0.0036	0.0017
63	64	0.0002	-0.0246
64	71	0.0000	0.1563

**Tabla 5.25. Pérdidas de potencia en las líneas de transmisión del sistema de 118 nodos.
(Continuación).**

Nodo i	Nodo k	Potencia Activa P_{ik} [p.u.]	Potencia Reactiva Q_{ik} [p.u.]
65	66	0.0009	-0.0072
66	67	0.0024	-0.0015
67	68	0.0066	0.0094
69	70	0.0000	-0.0126
71	75	0.0019	-0.2151
72	74	0.0007	-0.0171
73	74	0.0011	-0.0020
74	75	0.0000	0.1842
74	76	0.0084	0.0128
78	79	0.0029	-0.0205
79	80	0.0034	0.0017
83	87	0.0015	-0.0137
84	85	0.0008	-0.0049
84	88	0.0001	-0.0091
85	86	0.0000	-0.0210
90	91	0.0008	-0.1112
93	98	0.0001	-0.4466
95	118	0.0024	0.0023
96	97	0.0007	-0.0002
99	100	0.0002	-0.0193
99	107	0.0016	-0.0231
100	101	0.0003	-0.0129
104	105	0.0001	-0.0098
105	106	0.0025	0.0021
105	107	0.0008	-0.0096
106	107	0.0001	-0.0072
107	108	0.0010	-0.0077
110	111	0.0000	-0.0159
113	114	0.0000	-0.0041
115	116	0.0000	-0.0015

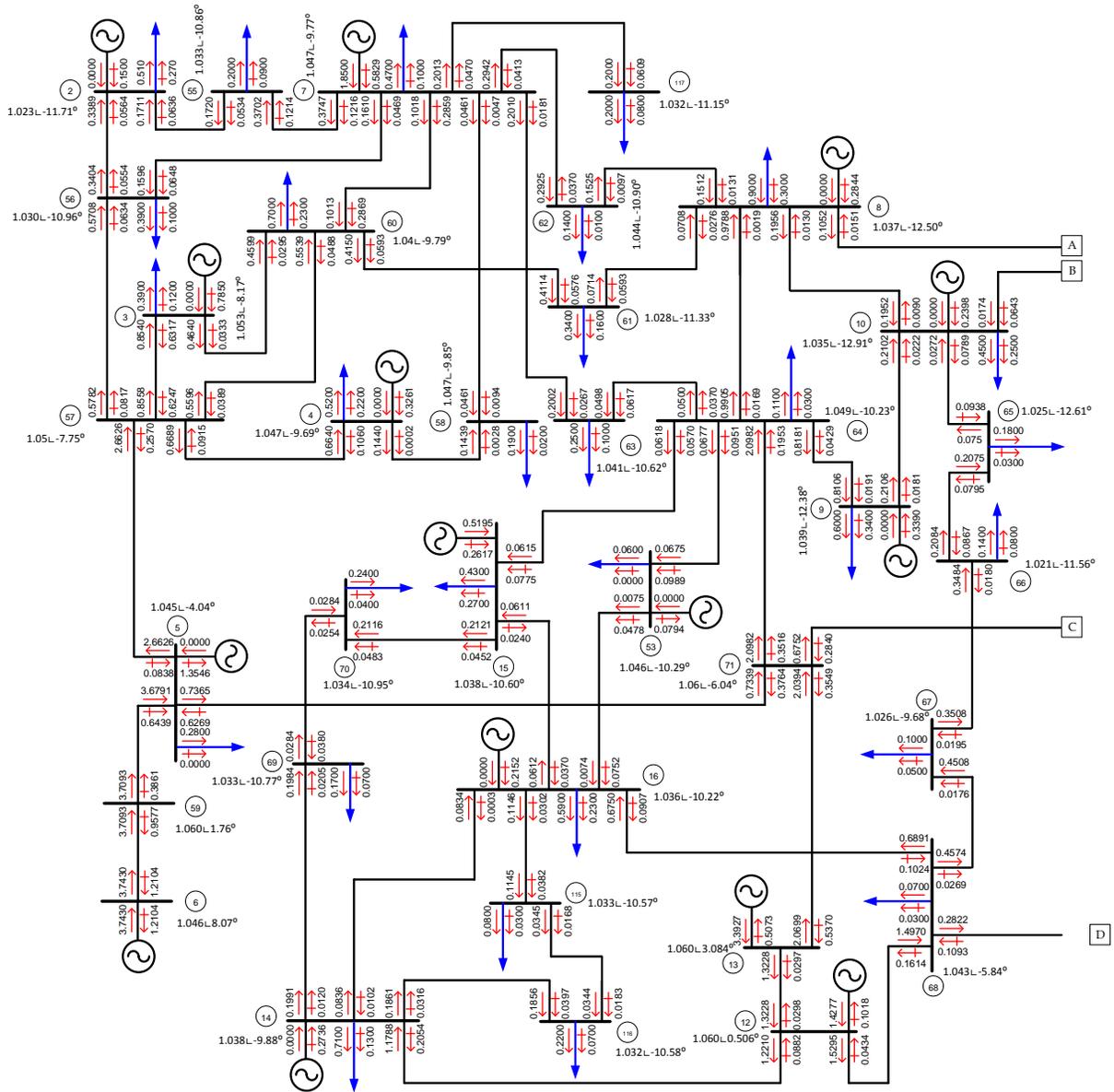


Figura 5.6. Punto de operación final obtenido con el estudio de flujos de potencia óptimos del sistema de prueba de 118 nodos (Parte 1/3).

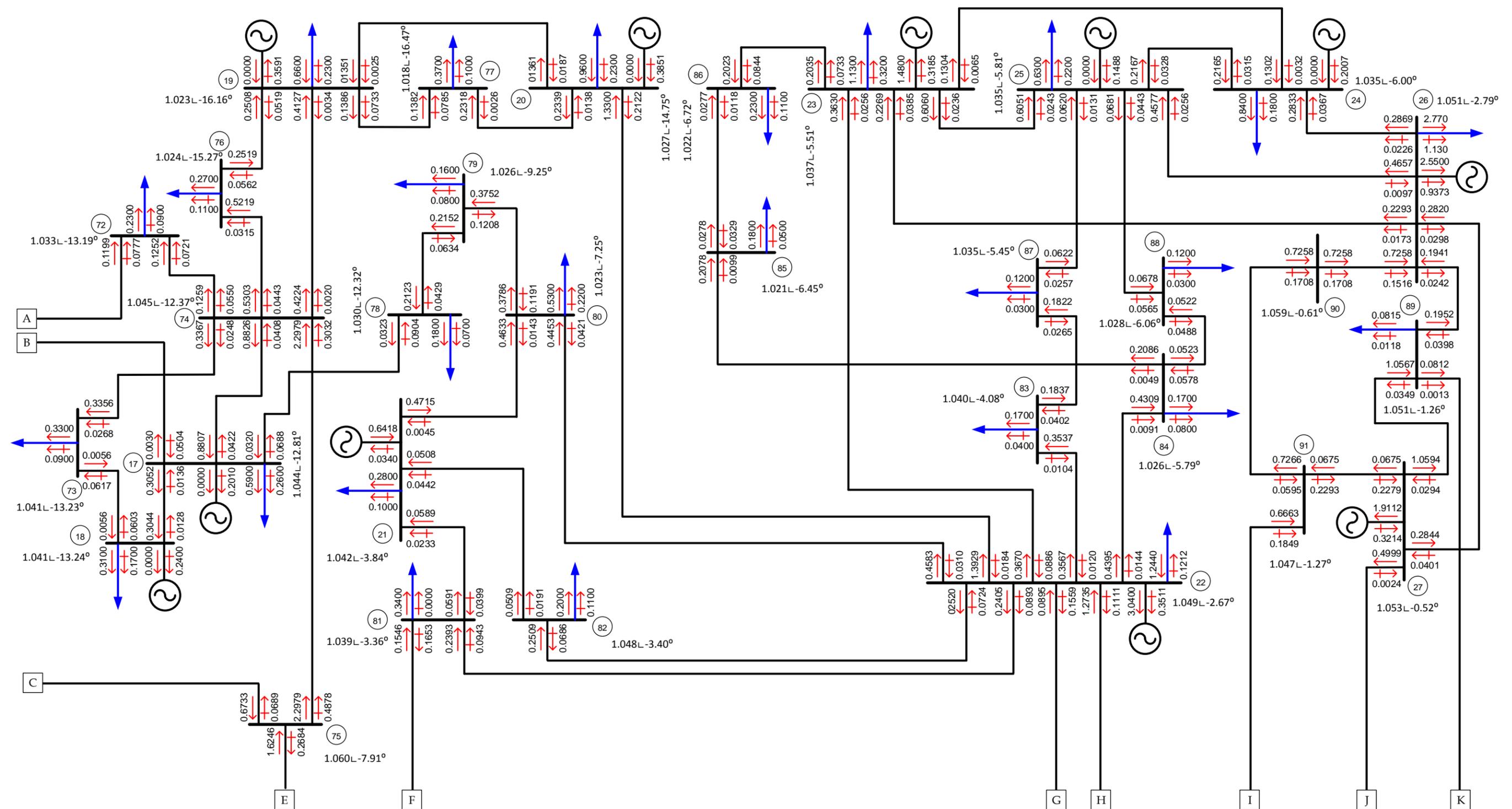


Figura 5.7. Punto de operación final obtenido con el estudio de flujos de potencia óptimos del sistema de prueba de 118 nodos (Parte 2/3).

CAPÍTULO 6:

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

6.1 CONCLUSIONES

En este trabajo se describieron y aplicaron los conceptos básicos del problema de flujos de potencia óptimos, y del método de punto interior para resolver problemas de optimización no lineales. El problema de flujos de potencia óptimos tiene características especiales como la no linealidad (Ecuaciones de balance en las restricciones de igualdad), la no convexidad (Tipo de restricciones del modelo de optimización) y el enorme esfuerzo computacional (Formación de las matrices Jacobiana y Hessiana) que hacen que este estudio sea muy complejo y difícil de resolver, pues en la actualidad se requiere emplear modelos detallados del sistema de potencia que hacen que el problema de optimización sea más restringido, causando que no siempre se logre encontrar una solución factible que satisfaga todas las restricciones.

En este trabajo se implementaron tres programas de simulación digital aplicando el Método de Punto Interior Primal-Dual para el problema de optimización de FPO de C.A., el cual considera el modelo clásico de este tipo de estudios, y minimiza el costo de operación de un sistema eléctrico de potencia, adicionando ciertas restricciones del mismo, como lo son límites físicos de las unidades de generación térmicas (potencia activa y reactiva) así como la magnitud y ángulo de la tensión en todos los nodos del sistema.

Para explicar con mayor claridad los conceptos básicos del método de punto interior, se resolvió en MATLAB® un modelo de optimización no lineal con únicamente cuatro variables de estado, el cual permite verificar manualmente la aplicación del método, debido a que se contaba con la solución del mismo. Se verificaron diferentes métodos de inicialización del vector de variables de decisión, y el Método de Punto Interior logró obtener una función objetivo con un valor menor al esperado, corroborando así la robustez del método de optimización aplicado.

Para la validación de estos programas de simulación se emplearon tres sistemas de prueba reportados en la literatura (Sistemas de prueba del IEEE de 5, 14 y 118 nodos)

y los resultados de los programas de este trabajo fueron comparados con dos simuladores: el simulador comercial PSS® E32 de Siemens y el simulador de software libre MATPOWER escrito en lenguaje MATLAB®. Además para la red de prueba de 5 nodos, se incluyó en la comparación de resultados una herramienta de optimización de MATLAB® llamada FMINCON, que no fue empleada con los demás sistemas de prueba debido a que tuvo problemas de ejecución con sistemas de potencia de dimensiones mayores.

A partir de los resultados obtenidos con los diferentes programas de simulación desarrollados, se puede concluir que la primera versión codificada en MATLAB® 2014a, que emplea funciones con variables simbólicas, mantiene un pobre rendimiento, aún y cuando logra obtener un mínimo local que cumplió con los condiciones de factibilidad de un problema de optimización. A pesar de que es más sencillo utilizar este tipo de funciones en la formación del Gradiente de un vector o el Jacobiano de una matriz, le toma demasiado tiempo al software en MATLAB® evaluar las variables simbólicas alojadas dentro de los arreglos matriciales, incluso si no se realiza un redondeo específico de los valores que puede tomar una variable. Para los dos modelos de sistemas de potencia con un número mayor de nodos (14 y 118), el programa se detiene completamente, impidiendo seguir aplicando el algoritmo de punto interior. Cabe mencionar que en cada versión de MATLAB® el uso de las funciones con variables simbólicas es modificado (mejorado), por lo que podría esperarse que en alguna versión futura, se logre lidiar con esta problemática.

En lo que respecta a los dos programas de simulación restantes desarrollados en este trabajo, los cuales utilizan expresiones analíticas para la formación de las matrices Jacobiana y Hessiana, y cuya estructura es muy parecida (adecuándose por supuesto a cada lenguaje de programación), se puede concluir que son herramientas aceptables para la simulación de estudios de FPO, en términos de la obtención de una solución óptima, pues en dos de los tres sistemas de prueba, los programas desarrollados en este trabajo lograron encontrar un mejor óptimo, en comparación con los simuladores comerciales. Cabe mencionar que en un inicio el programa de MATLAB® (segunda versión) mantuvo cierta deficiencia en cuestiones de rendimiento, pues aún se empleaban las funciones de redondeo que son necesarias para calcular las variables simbólicas en la primera versión de los programas de simulación. Sin embargo, una vez removida esta función, se tuvo una reducción de tiempo trascendental, asemejándose su tiempo de solución al de la tercera versión de los códigos desarrollados.

En lo que se refiere al tiempo de obtención de la solución que requieren los dos programas desarrollados en este trabajo, ambos fueron menos eficientes que los programas comerciales, pero esta característica se podría mejorar en un futuro con la utilización de técnicas de almacenamiento y solución de sistemas dispersos de ecuaciones algebraicas, los cuales no están disponibles en las versiones actuales. Esto

se puede comprobar en el hecho de que en los sistemas pequeños de 5 y 14 nodos, los programas desarrollados en el presente trabajo tuvieron tiempos de obtención de la solución del problema muy cercanos a los tiempos requeridos por los programas comerciales, mientras que al analizar el sistema de 118 nodos, esta diferencia aumentó de manera importante.

Un aspecto importante en este trabajo es la significativa reducción en términos de tiempo de solución que se obtuvo con la tercera versión de los programas de simulación digital, escrita en FORTRAN 90. En ese caso la matriz Jacobiana se redujo a su mínima expresión, y esto permitió disminuir el tiempo de simulación, el cual es importante debido a que en algunas aplicaciones, como es el caso de centros de control de energía eléctrica, este tipo de estudios se debe realizar cada cinco minutos a lo largo del día, porque la demanda cambia constantemente y se requiere una operación segura y confiable del sistema de potencia. Además en esta versión se implementaron dos maneras diferentes de inicializar las variables de decisión (un estudio de DE sin pérdidas y el estudio de FPC), las cuales permitieron observar el efecto de los valores iniciales en la solución del problema de FPO.

En cuanto a los simuladores comerciales se refiere, el PSS® E32 mostró un buen rendimiento, pero por su método de optimización logró soluciones óptimas con valores ligeramente mayores de la función objetivo. Este programa se basa en el Método de Newton para resolver el modelo de optimización, que tiene una formulación similar a la del Método de Punto Interior, a excepción de la utilización del parámetro logarítmico. Por otra parte, las técnicas de solución empleadas por las tres diferentes versiones de la paquetería de MATPOWER, demostraron un mejor desempeño para resolver un problema de FPO, pues el óptimo local se acercaba de gran manera a los mejores óptimos encontrados (códigos desarrollados), además de que el tiempo de ejecución y el número de iteraciones son aceptables acorde a las características de la computadora.

6.2 APORTACIONES

Las aportaciones principales de la tesis son:

- La descripción de los conceptos básicos del estudio de flujos de potencia óptimos en general.
- La descripción detallada del método de punto interior primal-dual y su aplicación al estudio de flujos de potencia óptimos.
- La presentación de los conceptos principales relacionados con el estudio de flujos de potencia óptimos relacionados con el modelado de los elementos principales del sistema eléctrico de potencia, el planteamiento del modelo de

optimización matemática y su solución, incluyendo aspectos importantes como son el método de inicialización del problema, la representación y manejo de las diferentes restricciones consideradas, y sobre todo los criterios de paro que se necesitan para identificar que el programa ha encontrado una solución óptima.

- En este trabajo de tesis se desarrollaron tres programas de computadora digital para verificar la aplicación del método de punto interior primal-dual en el estudio de flujos de potencia óptimos:
 - Un programa en lenguaje MATLAB® empleando una subrutina simbólica para el cálculo de las matrices Jacobianas y Hessiana del modelo.
 - Un programa en lenguaje MATLAB® que calcula las diferentes matrices del modelo del sistema en forma analítica.
 - Un programa en lenguaje FORTRAN 90 que calcula las diferentes matrices del modelo del sistema en forma analítica.
- Se presenta la utilización de funciones con variables simbólicas para la formación y evaluación de arreglos simbólicos con base al algoritmo del Método de Punto Interior Primal-Dual.
- Los resultados y el desempeño de los tres programas desarrollados en el presente trabajo se compararon con programas de simulación comerciales y de software libre muy reconocidos en la comunidad profesional y académica, obteniendo resultados excelentes, en lo que se refiere a la exactitud de la solución, y comparables en cuanto a la rapidez de la solución, aún y cuando los programas de este trabajo no consideran la aplicación de técnicas de solución y almacenamiento de sistemas de ecuaciones algebraicas dispersas.

6.3 TRABAJOS FUTUROS

Como el estudio de FPO es demasiado extenso, se han propuesto una serie de trabajos futuros que podrían complementar el programa en gran manera. Dichos trabajos se enlistan a continuación:

- Implementar técnicas de almacenamiento y solución de sistemas dispersos de ecuaciones algebraicas, para aumentar la eficiencia de los programas desarrollados en la solución de problemas de flujos de potencia óptimos para sistemas de gran dimensión.
- Realizar simulaciones del estudio de FPO contemplando formulaciones adicionales de la función objetivo, como la minimización de pérdidas de transmisión, la maximización de la potencia en los enlaces de transmisión, la minimización de la emisión de los gases generados por las unidades de térmicas, entre otras.

- Simular un estudio de FPO considerando el mayor número de restricciones del sistema eléctrico de potencia, como los parámetros de taps de los transformadores, márgenes de encendido y apagado de las unidades térmicas, límites de cambio de generación, límites de FACTS, etc.
- Modificar el programa de simulación digital de FPO con el Método de Punto Interior Primal-Dual, por el Método de Punto Interior Primal-Dual Predictor-Corrector pues se sabe que es aún más eficiente en términos de rendimiento al hacer converger el sistema en un menor número de iteraciones y por ende una reducción en mayor en el tiempo de simulación.
- Combinar este estudio de FPO con términos de seguridad (Análisis de Contingencias) generando el estudio de Flujos de Potencia Óptimos Restringidos por Seguridad (FPORS).
- Desarrollar técnicas para incluir restricciones de estabilidad (transitoria de voltaje y ante oscilaciones mal amortiguadas) en el problema de FPO como un conjunto de restricciones.

REFERENCIAS

- [Abido, 2002] M. A. Abido, "Optimal Power Flow using Particle Swarm Optimization", *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 24, Issue 7, pp. 563-571, October 2002.
- [Acha et al., 2004] E. Acha, Fuerte-Esquivel C. R., Ambriz-Pérez H., Angeles-Camacho César, *FACTS Modelling and Simulation in Power Networks*. First Edition. John Wiley and Sons, March, 2004.
- [AlRashidi and El-Hawary, 2009] M. R. AlRashidi, M.E. El-Haraway. "Applications of Computational Intelligence Techniques for Solving the Revived Optimal Power Flow Problem". *Electric Power Systems Research*, Vol. 79, Issue 4, pp. 694-702, April 2009.
- [Alsac and Stott, 1974] O. Alsac and B. Stott. "Optimal Load Flow with Steady-State Security", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-93, Issue 3, pp. 745-751, May 1974.
- [Andréasson et al., 2007] N. Andréasson, A. Evgrafov, M. Patriksson, *An Introduction to Continuous Optimization*. First Edition. Studentlitteratur AB, November, 2007.
- [Arriaga and Smith, 1998] J. Arriaga and B. Smith. *AC-DC Power System Analysis*. The Institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom, December 1998.
- [Bedriñana and Castro, 2009] M. F. Bedriñana, C. A. Castro, "Step Size Optimization Based Interior Point Algorithm: Applications and Treatment of Ill-Conditioning in Optimal Power Flow", *Proceedings of the 2009 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, pp. 1-8, July 2009.
- [Cain et al., 2012] M. B. Cain, R. P. O'Neill, A. Castillo, "History of Optimal Power Flow and Formulations", *FERC staff technical paper*, December 2012.
- [Capitanescu et al., 2007] F. Capitanescu, M. Glavic, D. Ernst, L. Wehenkel, "Interior-Point Based Algorithms for the Solution of Optimal Power Flow Problems", *Electric Power Systems Research*, Vol. 77, Issues 5-6, pp. 508-517, April 2007.
- [Caro, 2013] J. L. Caro. "Aplicación de Flujos de Potencia Óptimos en Sistemas Eléctricos de Potencia Aplicando un Simulador", Tesis para obtener el título de Ingeniero Electricista, IPN, ESIME Zacatenco, 2013.
- [Caron et al., 2002] R. J. Caron, H. J. Greenberg, A. G. Holder, "Analytic Centers and Repelling Inequalities", *European Journal of Operational Research*, Vol. 143, Issue 2, pp. 268-290, December 2002.
- [Carpentier, 1962] J. Carpentier, "Contribution a l'étude du dispatching économique" *Bulletin Society Française Electriciens*, 8(3), pp. 431-447, 1962.
- [Clements et al., 1991] K. A. Clements, P. W. Davis, K. D. Frey, "An Interior Point Algorithm for Weighted Least Absolute value Power System State Estimation", *IEEE/PES Winter Meeting*, paper 91, WM 235-2 PWRS, 1991.
- [Dantzing, 1963] G. B. Dantzing. *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey. Revised edition 1996; fourth printing, 621 pages, 1968.

- [Das, 2006] D. Das. *Electrical Power System*. Ed. New Age International Publishers, 2006.
- [Dommel and Tinney, 1968] H. W. Dommel and W. F. Tinney, "Optimal Power Solutions", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-87, No. 10, 1968.
- [El-Hawary, 1996] M. E. El-Hawary. "Optimal Power Flow: Solution Techniques, Requirements, and Challenges". *IEEE Power Engineering Society, Tutorial Course*, pp. V, 1996.
- [Fiacco and McCormick, 1990] A. V. Fiacco and G. P. McCormick. "Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques". *Research Analysis Corporation, McLean Virginia*, 1968. Republished in 1990 by SIAM, Philadelphia.
- [Frank and Rebennak, 2012] S. Frank, S. Rebennak, "A Primer on Optimal Power Flow: Theory, Formulation, and Practical Examples". *Colorado School of Mines. Division of Economics and Business, Working Paper 2012-14, October, 2014*.
- [Frauendorfer et al., 1992] K. Frauendorfer, H. Glavitsch and R. Bacher. *Optimization in Planning and Operation of Electric Power Systems*. Physica-Verlag, A Springer-Verlag Company, 1992.
- [Frisch, 1955] K. R. Frisch "The Logarithmic Potential Method of Convex Programming" Technical Report, University Institute of Economics, Oslo, Norway, 1955.
- [Gill et al., 1986] P. E. Gill, M. A. Saunders, J. A. Tomlin, M. H. Wright. "On Projected Newton Barrier Methods for Linear Programming and an Equivalence to Karmarkar's Projective Method", *Mathematical Programming* 36, 183-209.
- [Glavic and Wehenkel, 2004] M. Glavic and L. Wehenkel, "Interior Point Methods: A Survey, Short Survey of Applications to Power Systems, and Research Opportunities", *Technical Report, Paper, University of Liège. Electrical Engineering and Computer Science Department. Liège, Belgium, February, 2004*.
- [Gómez-Exposito et al., 2008] A. Gómez-Exposito, A. J. Conejo, C. Cañizares, *Electric Energy Systems: Analysis and Operation*, First Edition, CRC Press, July 2008.
- [Granville, 1994] S. Granville. "Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol 9, Issue 1pp. 136-146, 1994.
- [Happ, 1977] H. H. Happ, "Optimal Power Dispatch – A Comprehensive Survey", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-96, No. 3, May/June 1977.
- [Hertog, 1994] D. den Hertog. *Interior Point Approach to Linear, Quadratic and Convex Programming: Algorithms and Complexity*. First Edition. Springer Netherlands, March 1994.
- [Huneault and Galiana, 1991] M. Huneault and F. D. Galiana, "A Survey of the Optimal Power Flow Literature", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, No. 2, May 1991.
- [IEEE, 1996] *Optimal Power Flow: Solution Techniques, Requirements and Challenges*. IEEE Tutorial Course No. 96TP 111-0, 1996.
- [Karmarkar, 1984] N. K. Karmarkar, "A polynomial-time algorithm for linear programming". *Combinatorica*, 4:373-395, 1984.

- [Khachiyan, 1979] L. G. Khachiyan. "A Polynomial Algorithm in Linear Programming", *Doklady Akademia Nauk SSSR* 244, 1093-1096. Translated into English in *Soviet Mathematics Doklady* 20, 191-194.
- [Khorsandhi et al., 2012] A. Khorsandhi, S. H. Hosseinian and A. Ghazanfari. "Modified artificial bee colony algorithm based on fuzzy multi-objective technique for optimal power flow". *Electric Power Systems Research*, Vol. 95, pp. 206-213, November 2012.
- [Lai et al., 1997] L. L. Lai, J. T. Ma, R. Yokohama, M. Zhao, "Improved Genetic Algorithms for Optimal Power Flow Under Both Normal and Contingent Operation States", *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 19, No. 5, pp. 287-292, 1997.
- [Leite, 1998] G. Leite, "Nonlinear Optimal Power Flow by Interior and Non-Interior Point Methods". Ph. D. Dissertation, University of Waterloo, 1998.
- [López, 2015] C. López. Tesis para obtener el grado de Ingeniero Electricista, "Solución al Problema de Flujos Óptimos de Potencia usando el Modelo Clásico", IPN, ESIME Zacatenco, Abril 2015.
- [López et al., 2015] C. López, C. Becerril y M. Badaoui. "Solución al Problema de Flujos Óptimos de Potencia usando el Modelo Clásico", *XV Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas 2015*, IPN, Octubre 2015.
- [López et al., 2016a] C. López, D. Ruiz-Vega y M. Badaoui. "Flujos de Potencia Óptimos de C.A. por el Método De Punto Interior Primal-Dual No Lineal", *8º Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas 2016*, IPN, Octubre 2016.
- [López et al., 2016b] C. López, D. Ruiz-Vega y M. Badaoui. "Estudio Flujos de Potencia Óptimos para un Sistema de Prueba IEEE de 118 Nodos empleando el Método De Punto Interior Primal-Dual", *Vigésima Reunión Internacional de Otoño de Comunicaciones, Electrónica, Automatización, Robótica y Exposición Industrial*, IEEE Sección México, Noviembre-Diciembre 2016.
- [Matpower, 2016] MATPOWER package, Version 5.1, Available in the home page: <http://www.pserc.cornell.edu/matpower/>.
- [Mészáros, 1996] C. Mészáros. "The Efficient Implementation of Interior Point Methods for Linear Programming and their Applications". Ph. D- Thesis, Eötvös Lorand University of Sciences, Ph. D. School of Operations Research, Applied Mathematics and Statistics, Budapest, 1996.
- [Milano, 2010] F. Milano. *Power Modelling and Scripting*. First Edition. Springer, 2010, August 2010.
- [Mohapatra et al., 2012] A. Mohapatra, P. R. Bijwe, B. K. Panigrahi. "Optimal Power Flow with Multiple Data Uncertainties". *Electric Power Systems Research*, Vol. 95, pp. 160-167, October 2012.
- [Momoh et al., 1999] J. A. Momoh, M. E. El-Hawary, R. Adapa, "A Review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1993. Part II: Newton, Linear Programming and Interior Point Methods", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 1, February 1999.
- [Momoh, 1996] J. A. Momoh "Interior Point Methods and Variants for OPF". *IEEE Tutorial Course*, pp. V, 1996.
- [Nadira and Cook, 1996] R. Nadira, A. S. Cook, "On the Availability of Data Required by Optimal Power Flows under Increased Competition", *IEEE Tutorial Course*, pp. 61-68, 1996.

- [Nash and Sofer, 1996] S. G. Nash and A. Sofer. *Linear and Nonlinear Programming*. First Edition. Mc Graw Hill, 1996.
- [Oñate, 2008] P. E. Oñate, Tesis Doctoral en Ingeniería Eléctrica, “Solución del problema de flujos de potencia óptimo con restricciones de seguridad por un optimizador de partículas modificado”. CINVESTAV, Unidad Guadalajara, Febrero 2008.
- [Osman et al., 2004] M. S. Osman, M. A. Abo-Sinna, A. A. Mousa, “A Solution to the Optimal Power Flow using Genetic Algorithm”, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 155, Issue 2, pp. 391-405, August 2004.
- [Papalexopoulos, 1996] A. D. Papalexopoulos “Challenges to On-Line OPF Implementation”. *IEEE Tutorial Course*, pp. 36, 1996.
- [Peschon et al., 1968] J. Peschon, D. S. Piercy, W. F. Tinney, O. J. Tveit, M. Cuenod, “Optimum Control of Reactive Power Flow”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-87, No. 1, January 1968.
- [Quintana et al., 2000] V. H. Quintana, G. L. Torres, J. Medina-Palomino. “Interior-Point Methods and Their Applications to Power Systems: A Classification of Publications and Software Codes” *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 15, No. 2, pp 170-176, February 2000.
- [Ramanathan, 1996] R. Ramanathan, “Optimal Power Flow Applications and Training Requirements”, *IEEE Tutorial Course*, pp. 52-60, 1996.
- [Rider et al., 2004] M. J. Rider, C.A. Castro, M.F. Bedriñana, A.V. García. “Towards a Fast and Robust Interior Point Method for Power System Application”. *IEEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 151, Issue 5, pp. 575-581, September 2004.
- [Ristanovic, 1996] P. Ristanovic. “Successive Linear Programming Based OPF Solution”. *IEEE Tutorial Course*, pp. V, 1996.
- [Roa-Sepulveda and Pavez-Lazo, 2003] C. A. Roa-Sepulveda, B. J. Pavez-Lazo, “A Solution to the Optimal Power Flow using Simulated Annealing”, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 25, Issue 1, pp. 47-57, January 2003.
- [Ruiz y Olguín, 1997] D. Ruiz-Vega, D. Olguín Salinas, “Programa de computadora Digital para Estudio de Flujos de Potencia: Estudio Básico empleando el Método Newton-Raphson en forma polar”. Reporte Interno No. SEPIIE97-09, Enero 1997.
- [Sasson and Jaimes, 1967] A. M. Sasson, F. J. Jaimes, “Digital Methods Applied to Power Flow Studies”, *IEEE Transactions on Power Apparatus Systems*, Vol. PAS-86, No. 7, July 1967.
- [Schechter and O’Neill, 2013] A. Schechter, R. P. O’Neill, “Exploration of the ACOPF Feasible Region for Standard IEEE Test Set”, *FERC staff technical paper*, February 2013.
- [Shahidehpour and Ramesh, 1996] S. M. Shahidehpour and V. C. Ramesh. “Nonlinear Programming Algorithms and Decomposition Strategies for OPF”. *Optimal Power Flow: Solution Techniques, Requirements and Challenges*, *IEEE Tutorial Course*, pp 10-25, 1996.
- [Sheblé and McCalley, 2000] G. B. Sheblé and J. D. McCalley. “Module E3. Economic Dispatch Calculation” *Power Learn Electric Power Engineering Education*. January 1999.

- [Siemens Energy, 2010] Siemens Energy Inc. *Program Operation Manual*. Siemens Power Technologies International (Siemens PTI), October 2010.
- [Sood, 2007] Y. R. Sood, "Evolutionary Programming Based Optimal Power Flow and its Validation for Deregulated Power System Analysis", *International Journal of Electric Power and Energy Systems*, Vol. 29, Issue 1, pp. 65-75, January 2007.
- [Squires, 1961] R. B. Squires, "Economic Dispatch of Generation Directly from Power System Voltages and Admittances", *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, Vol. 79, Issue 3, pp. 1235-1244, February 1961.
- [Stagg and El-Abiad, 1984] W. Glenn-Stagg and A. H. El-Abiad. *Computer Methods in Power System Analysis*. McGraw Hill International Book Company, tenth printing, 1984.
- [Stott et al., 1987] B. Stott, O. Alsac, A. J. Monticelli, "Security Analysis and Optimization", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 75, No. 12, December 1987.
- [Stott, 1974] B. Stott, "Review of Load-Flow Calculation Methods", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 62, No.7, pp. 916-929, July 1974.
- [Sun et al., 1984] D. I. Sun, B. Ashley, B. Brewer, A. Hughes, W. F. Tinney, "Optimal Power Flow by Newton Approach", *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-103, No. 10, October 1984.
- [Tinney and Sun, 1987] W. F. Tinney, D. I. Sun. "Optimal Power Flow: Research and Code Development". ESCA Corporation. Research, February 1987.
- [Torres and Quintana, 1998] G. L. Torres, V. H. Quintana. "An Interior-Point Method for Nonlinear Optimal Power Flow Using Rectangular Coordinates", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 16, No. 2, pp. 1211-1218, 1998.
- [Uwee, 2016] University of Washington Electrical Engineering (UWEE), Power Systems Test Case Archive, Available in the home page: <http://www.ee.washington.edu/research/>.
- [Valenzuela, 2011] J. L. Valenzuela. "Método Secuencial para Estudios de Flujos de Potencia en Sistemas de C.A. con Enlaces de C.D.", Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, IPN, SEPI-ESIME Zacatenco, Junio 2011.
- [Vanderbei and Shanno, 1999] R. J. Vanderbei and D. F. Shanno. "An Interior-Point Algorithm for Nonconvex Nonlinear Programming", *Computational Optimization and Application*, Vol. 13, Issue 1, pp. 231-252, April 1999.
- [Vázquez, 2006] F. Vázquez. "Asignación de Unidades Generadoras a Corto Plazo en el Mercado Eléctrico usando Programación Lineal", Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica, IPN, SEPI-ESIME Zacatenco, Febrero 2006.
- [Vitoriano y Ramos, 2010] B. Vitoriano, A. Ramos. Programación Matemática: Métodos de Optimización. Reporte Técnico. Facultad CC. Matemáticas, Universidad Complutense. Pza. Ciencias 3, 2010.

- [Ward and Hale, 1956] J. B. Ward, H. W. Hale, "Digital Computer Solution of Power-Flow Problems", *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, Vol. 75, Issue 3, pp. 398-404, June 1956.
- [Wood et al., 2014] A. J. Wood, B. F. Wollemborg and G. B. Sheblé. *Power Generation Operation and Control*. Third Edition. John Wiley and Sons, 2014.
- [Wright, 1997] S. J. Wright. *Primal-Dual Interior-Point Methods*. SIAM publications, Philadelphia, January 1997.
- [Wu et al., 1994] Yu-Chi Wu, A. S. Debs, R. E. Marsten. "A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 9, No. 2, pp 876-883, May 1994.
- [Ye, 2011] Y. Ye. *Interior Point Algorithms: Theory and Analysis*. First Edition. John Wiley and Sons, August 1997.
- [Zhu, 2015] J. Zhu. *Optimization of Power System Operation*. Second edition, Ed. Wiley-IEEE, Piscataway, NJ, 2015.
- [Zimmerman and Murillo-Sánchez, 2011] R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sánchez. "MATPOWER 4.1, User's Manual", *Power Systems Engineering Research Center (PSERC)*, December 2011.
- [Zimmerman et al., 2011] R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sánchez, R. J. Thomas. "MATPOWER: Steady State Operations, Planning and Analysis Tools for Power Systems Research and Education", *Power Systems, IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 26, No. 1, pp. 12-19, February 2011.

APÉNDICE A:

UTILIZACIÓN DE VARIABLES SIMBÓLICAS EN MATLAB® 2014A

A.1 MANEJO DE LAS FUNCIONES RELACIONADAS CON LAS VARIABLES SIMBÓLICAS

En este apéndice se describe la manera en que se emplearon las funciones de variables simbólicas de MATLAB®. En la Tabla A.1 se presenta cada función relacionada con las variables simbólicas, realizando una breve descripción de las mismas.

Tabla A.1. Descripción de las funciones relacionadas a las variables simbólicas.

Nombre de la Función	Descripción	Manera de utilizar la función
sym	Permite crear objetos simbólicos, ya sea un número, una variable, un vector o una matriz.	sym (A,set) A - Es un vector o matriz simbólico existente. set - Elección de formato, real o positivo.
syms	Asigna una variable o una función con ciertos argumentos como variables simbólicas.	syms var1...varN var1 ... varN - Nombre de las variables que se considerarán simbólicas.
cell	Crea un arreglo de celdas vacío, es utilizado para dimensionar un vector o una matriz donde se alojan las variables simbólicas.	C = cell (dim1,...,dimN) C - Arreglo de la celda. dim1, ... , dimN - Dimensiones del arreglo de la celda C.
sprintf	Es un formato para indicar los datos que alojarán el vector o matriz simbólicos.	str = sprintf (formatSpec,A1, A2,...,AN) A1, A2,..., AN - Arreglos de 'N' dimensiones. formatSpec - Formato de los arreglos.
vpa	Es una instrucción que sirve para redondear los valores de acuerdo a las cifras o dígitos deseados, es decir, asigna una precisión aritmética de la variable.	R = vpa (A,d) R - Objeto simbólico representado por un número flotante. A - Objeto simbólico, fuente o expresión numérica. d - Número de dígitos decimales de precisión.
subs	Realiza una sustitución en los arreglos con variables simbólicas, con base a otro vector o matriz con la misma dimensión.	subs (s,old,new) s - Nombre del nuevo arreglo sustituido. old - Nombre del arreglo simbólico original. new - Nombre del arreglo, cuyos valores serán sustituidos en el arreglo simbólico original.

A.2 FUNCIONES OPERACIONALES RELACIONADAS CON LAS VARIABLES SIMBÓLICAS

En la Tabla A.2, se describen únicamente las funciones que se emplearon para realizar operaciones numéricas con las variables simbólicas. En general, estas funciones calculan la primera o segunda derivada, dado un vector simbólico respecto a ciertas variables que también son de la misma índole. A pesar de que facilitan el cálculo de derivadas parciales, se observó en este trabajo que a la hora de ser evaluadas consumen demasiado tiempo de ejecución, y en el caso del estudio de FPO, el tiempo es un factor indispensable al determinar la condición de operación óptima.

Tabla A.2. Funciones que realizan operaciones numéricas con variables simbólicas.

Nombre de la Función	Descripción	Manera de utilizar la función
gradient	Obtiene el Gradiente de una función respecto a ciertas variables simbólicas.	gradient (f,x) f – Función simbólica. x – Vector de variables simbólicas.
jacobian	Obtiene la matriz Jacobiana de una función respecto a ciertas variables simbólicas.	jacobian (f,x) f – Función simbólica. x – Vector de variables simbólicas.
hessian	Obtiene la matriz Hessiana de una función respecto a ciertas variables simbólicas.	hessian (f,x) f – Función simbólica. x – Vector de variables simbólicas.

Para ejemplificar las operaciones con variables simbólicas de la Tabla A.2, la Tabla A.3 contempla un ejemplo para cada función, indicando a su vez el extracto de código necesario de MATLAB® para obtener el vector o matriz resultante. Para más información se puede visitar la página de MATLAB® donde se detallan este tipo de funciones mencionadas en este Apéndice. Asimismo, se dan otro tipo de indicaciones puesto que se pueden dar instrucciones más específicas acorde a la aplicación o uso que se le estén dando a estas funciones.

Tabla A.3. Ejemplificación de las funciones que realizan operaciones contemplando variables simbólicas.

Nombre de la Función	Instrucción en MATLAB® 2014a	Resultado
gradient	<code>syms x y z</code> <code>f = 2*y*z*sin(x) + 3*x*sin(z)*cos(y);</code> <code>gradient(f, [x, y, z])</code>	$\begin{bmatrix} 3*\cos(y)*\sin(z) + 2*y*z*\cos(x) \\ 2*z*\sin(x) - 3*x*\sin(y)*\sin(z) \\ 2*y*\sin(x) + 3*x*\cos(y)*\cos(z) \end{bmatrix}$
jacobian	<code>syms x y z</code> <code>jacobian([x*y*z, y^2, 2*x + 1/z], [x, y, z])</code>	$\begin{bmatrix} y*z & x*z & x*y \\ 0 & 2*y & 0 \\ 2 & 0 & -1/z^2 \end{bmatrix}$
hessian	<code>syms x y z</code> <code>f = x*y*z + 2*z*x+y;</code> <code>hessian(f)</code>	$\begin{bmatrix} 0 & z & y+2 \\ z & 0 & x \\ y+2 & x & 0 \end{bmatrix}$

APÉNDICE B:

ARCHIVO DE DATOS DE LOS PROGRAMAS DE SIMULACIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS REALIZADOS EN ESTE TRABAJO

B.1 Descripción del Archivo de Lectura del Programa de Simulación de Flujos de Potencia Óptimos para Matlab® 2014a

En esta parte del Apéndice se darán instrucciones del llenado de un archivo de texto para la correcta ejecución del programa de FPO en las dos primeras versiones de MATLAB®. Para esto es necesario que cada archivo de texto tenga un nombre único "Datos5M.txt". Prácticamente la introducción de datos se divide en siete secciones como se muestra en la Figura B.1, y cuya descripción se muestra a continuación:

- Sección 1: Datos de referencia acerca del sistema de prueba.
- Sección 2: En cada columna se indican los siguientes parámetros.
 - 1ª Columna: Número de nodos del sistema de prueba (nn).
 - 2ª Columna: Número de líneas del sistema de prueba (nel).
 - 3ª Columna: Número de nodos de generación (ng).
 - 4ª Columna: Número de restricciones de desigualdad ($2*nn+2*ng$).
 - 5ª Columna: Número de restricciones de igualdad ($2*nn$).
- Sección 3: En cada columna se indican los siguientes parámetros.
 - 1ª Columna: Nodo emisor.
 - 2ª Columna: Nodo receptor.
 - 3ª Columna: Parámetro de resistencia (R).
 - 4ª Columna: Parámetro de reactancia (X).
 - 5ª Columna: Parámetro de susceptancia (B).
- Sección 4: En cada columna se indican los siguientes parámetros.
 - 1ª Columna: Indicador del nodo generador.
 - 2ª Columna: Coeficiente cuadrático del polinomio (función objetivo).

- 3ª Columna: Coeficiente lineal del polinomio (función objetivo).
- 4ª Columna: Coeficiente constante del polinomio (función objetivo).
- 5ª Columna: Sin indicación.

% ARCHIVO DE LECTURA DE DATOS						Sección 1
% SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 5 NODOS						
% REFERENCIA: [FRANK AND REBBENAK, 2012]						
% AUTOR: CESAR LOPEZ SERVIN						
% num nodos % num elementos % num gen % num rest des % num rest igual						Sección 2
5 6 3 16 10						
% nodo i % nodo j % R[pu] % X[pu] % B[pu]						Sección 3
1 2 0.023 0.145 0.040						
1 4 0.000 0.300 0.000						
2 3 0.020 0.260 0.000						
2 5 0.000 0.320 0.000						
3 4 0.006 0.032 0.010						
3 5 0.000 0.500 0.000						
% unidad gen % c(ng-1) % b(ng-1) % a(ng-1) % ----						Sección 4
1 0.00 0.35 0.00 0						
2 0.40 0.20 0.00 0						
3 0.50 0.30 0.00 0						
% unidad gen % pgmin [pu] % pgmax [pu] % qgmin [pu] % qgmax [pu]						Sección 5
1 0.00 1.00 0.00 1.00						
2 0.10 0.40 -0.2 0.30						
3 0.05 0.40 -0.2 0.20						
% nodo % vmin [pu] % vmax [pu] % angmin [pu] % angmax [pu]						Sección 6
1 0.99 1.01 -0.001 0.001						
2 0.95 1.05 -10 10						
3 0.95 1.05 -10 10						
4 0.95 1.05 -10 10						
5 0.95 1.05 -10 10						
% nodo % pl [pu] % ql [pu] % gshunt [pu] % bshunt [pu]						Sección 7
1 0.000 0.000 0.00 0.00						
2 0.000 0.000 0.05 0.00						
3 0.900 0.400 0.00 0.00						
4 0.000 0.000 0.00 0.30						
5 0.239 0.129 0.00 0.00						

Figura B.1. Archivo completo de entrada de un sistema de prueba para MATLAB® 2014, dividida en secciones.

- Sección 5: En cada columna se indican los siguientes parámetros.
 - 1ª Columna: Indicador del nodo generador.
 - 2ª Columna: Potencia real mínima de generación (Pmin).
 - 3ª Columna: Potencia real máxima de generación (Pmax).
 - 4ª Columna: Potencia reactiva mínima de generación (Qmin).
 - 5ª Columna: Potencia reactiva máxima de generación (Qmax).
- Sección 6: En cada columna se indican los siguientes parámetros.
 - 1ª Columna: Indicador del nodo del sistema.
 - 2ª Columna: Magnitud de tensión nodal mínima (Vmin).
 - 3ª Columna: Magnitud de tensión nodal máxima (Vmax).
 - 4ª Columna: Ángulo de tensión nodal mínima (δ_{min}).
 - 5ª Columna: Ángulo de tensión nodal máxima (δ_{max}).

- Sección 7: En cada columna se indican los siguientes parámetros.
 - 1ª Columna: Indicador del nodo del sistema.
 - 2ª Columna: Potencia real de carga (PI).
 - 3ª Columna: Potencia reactiva de carga (QI).
 - 4ª Columna: Conductancia en paralelo (Gs).
 - 5ª Columna: Suceptancia en paralelo (Bs).

B.2 Descripción del Archivo de Lectura del Programa de Simulación de Flujos de Potencia Óptimos para Fortran 90.

En esta parte del Apéndice se indican las partes del archivo de datos que requiere el programa de simulación de FPO en FORTRAN 90. Como se puede observar, este archivo de texto contiene mayor información, puesto que se consideran datos para la correcta ejecución de FPC. Debido a esto, la representación del archivo de datos se muestra por secciones, en primer plano la Figura B.2 indica los datos generales del sistema, nombre del sistema, número de nodos, número de nodos de generación, etc. De igual manera, se indican los datos necesarios para ejecutar el programa de simulación de FPC obtenido de [Ruiz y Olgún, 1997].

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
|  
| ARCHIVO PRINCIPAL DE DATOS PARA EL PROGRAMA FLUJOS  
|  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
|  
| Datos del sistema:  
| Nombre del sistema: Sistema de 5 nodos  
| Potencia base del sistema: 100.00  
| Voltaje base del sistema:230.00  
| Numero de nodos del sistema N= 5  
| Numero de nodos de generacion NG= 3  
| Tolerancia condiciones de factibilidad TOL1= 0.001  
| Tolerancia del parámetro de barrera logaritmica TOL2= 0.00001  
| Numero maximo de iteraciones ITERMAX= 50  
|  
| Datos del estudio para flujos de potencia:  
| Tipo de estudio de flujos de carga NTEFC= 1  
| Tolerancia del estudio de flujos de carga TOL= 0.0001  
| Tipo de inicializacion de las cargas dinamicas INIMOT= 2  
| ¿Se escriben las condiciones iniciales del estudio? NIRES= 1
```

Figura B.2. Datos generales del sistema de prueba.

En la siguiente sección (Figura B.3) se indican los datos del sistema de transmisión, como primer desglose se indican los parámetros de los nodos, tanto del nodo de compensación, como los nodos de generación y carga. Posteriormente se hace hincapié a los valores de impedancia de la línea, susceptancia en derivación y parámetros de los transformadores. Cabe mencionar que esta sección del archivo de lectura también sirve para el estudio de FPC.

En la Figura B.4, se enlistan los datos necesarios para llevar a cabo el estudio de FPO, donde se describen los límites inferiores y superiores de las unidades generadoras así

como los márgenes de magnitud y ángulo de tensión. Subsecuentemente, se enuncian los coeficientes de las curvas de operación de las mismas unidades térmicas de generación. Por último, la Figura B.5 muestra los valores para un estudio más detallado de FPC, donde se indican los parámetros de motores de inducción (cargas dinámicas), cargas estáticas y compensadores estáticos de VAR's.

Nombre de los nodos voltajes potencias programadas de generacion (Pg y Qg) y potencias de las cargas estaticas (Po y Qo)								
	12345678	12.45678	1234.678	123.5678	123.5678	123.5678	123.5678	123.5678
Nombre	Voltaje	Pg	Qg	Po	Qo	Gs	Bs	
Nodo 1	1.00000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Nodo 2	1.00000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0500	0.0000
Nodo 3	1.00000	0.000	0.0000	0.0000	0.9000	0.4000	0.0000	0.0000
Nodo 4	1.00000	0.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.3000
Nodo 5	1.00000	0.000	0.0000	0.0000	0.2390	0.1290	0.0000	0.0000

Numero de elementos del sistema NEL= 6 Conectividad y parametros de los elementos del sistema de transmision:								
12345	12345	12	12.4567890	12.4567890	12.45678	12.4567	123.567	12345678
Nodoi	Nodoj	Cto	Impedancia serie	B/2	TAP(MAG)	TAP(ANG)	Elemento	
1	2	1	0.0230000	0.1450000	0.02000	0.0000	000.000	Linea 1
1	4	1	0.0000000	0.3000000	0.00000	0.0000	000.000	Linea 2
2	3	1	0.0200000	0.2600000	0.00000	0.0000	000.000	Linea 3
2	5	1	0.0000000	0.3200000	0.00000	0.0000	000.000	Linea 4
3	4	1	0.0060000	0.0320000	0.00500	0.0000	000.000	Linea 5
3	5	1	0.0000000	0.5000000	0.00000	0.0000	000.000	Linea 6

Figura B.3. Parámetros del sistema de transmisión del sistema de potencia.

Limites de potencia activa/reactiva (generacion) Limites de magnitud y angulo de tensiones (nodales)								
12345678	123.5678	123.5678	123.5678	123.5678	12.45678	12.45678	1234.678	1234.678
Nombre	Pgmin	Pgmax	Qgmin	Qgmax	Vmin	Vmax	Angmin	Angmax
Nodo 1	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.99000	1.01000	-0.001	0.001
Nodo 2	0.1000	0.4000	-0.2000	0.3000	0.95000	1.05000	-10.000	10.000
Nodo 3	0.0500	0.4000	-0.2000	0.2000	0.95000	1.05000	-10.000	10.000
Nodo 4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.95000	1.05000	-10.000	10.000
Nodo 5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.95000	1.05000	-10.000	10.000

Coeficientes de costos (curvas entrada-salida)			
12345678	1.345678	123.5678	123.5678
CurvGen	c(ng-1)	c(ng-2)	c(ng-3)
CurGen 1	0.000000	0.3500	0.0000
CurGen 2	0.400000	0.2000	0.0000
CurGen 3	0.500000	0.3000	0.0000

Figura B.4. Datos para el estudio de flujos de potencia óptimos.

Numero de cargas dinamicas NMI= 0 Parametros de las cargas dinamicas del sistema (motores de induccion):															
12345	12345678	1.345678	1.345678	12.4567	12.4567	12.4567	12.4567	12.4567	1.345	1.345	1.345	1.345	1.345	12	
Nodo	Tipo	Pomot	Qomot	Hm	R1	X1	Xm	R2	X2	s	Am	Bm	Dm	Expm	Status
Numero de cargas estaticas NCE= 0 Parametros de las cargas estaticas del sistema:															
12345	123.567	123.567	123.567	123.567	123.567	123.567	123.567	123.567	123.567						
Nodo	KI	KC	K1	V1	NF1	K2	V2	F2							

Numero de compensadores estáticos de vars NCEV= 0 Parametros de los Compensadores Estaticos de Vars:				
12345	12.4567	12.456	12.456	12.356
Nodo	Vrefcev	Qcmax	Qrmax	Xs1

Figura B.5. Datos adicionales para el estudio de flujos de potencia convencionales.

APÉNDICE C:

DATOS DE LOS SISTEMA DE PRUEBA UTILIZADOS

Los datos para los sistemas de pruebas empleados, se resumen a continuación. Estos datos se obtuvieron de [Frank and Rebennak, 2012, Matpower, 2016, Uwee, 2016]. Cabe mencionar que los valores están expresados en cantidades por unidad referidos a una base de 100 MVA. Los datos corresponden a los siguientes sistemas:

- Sistema de prueba de 5 nodos.
- Sistema de prueba IEEE de 14 nodos.
- Sistema de prueba IEEE de 118 nodos.

C.1 SISTEMA DE PRUEBA DE 5 NODOS

Este sistema consta básicamente de cinco nodos, de los cuales tres nodos son de generación y dos nodos contienen cargas de potencia activa y reactiva (*el nodo uno es considerado como el nodo de compensación y slack*). La interconexión entre cada nodo y la ubicación de los mismos puede observarse en la Figura C.1. Por otro lado un panorama general del número de elementos del sistema de prueba se visualiza en la Tabla C.1. Los datos de los compensadores en paralelo (Tabla C.4), parámetros de la línea (Tabla C.5), datos de los generadores (Tabla C.6) y datos de los nodos (Tabla C.5) se presentan a continuación. Los valores son expresados en cantidades en por unidad.

Tabla C.1. Número de elementos del sistema de prueba de 5 nodos.

Líneas de Transmisión	Transformadores	Generadores	Cargas	Compensadores en paralelo	Variables totales
6	0	3	2	2	90

Tabla C.2. Compensadores en paralelo del sistema de prueba de 5 nodos.

Nodo i	Conductancia en Paralelo G_{ik} [p.u.]	Suceptancia en Paralelo B_{ik} [p.u.]
2	0.050	0.000
4	0.000	0.300

Tabla C.3. Parámetros de impedancia de las líneas del sistema de prueba de 5 nodos.

Nodo i	Nodo k	Resistencia en Serie R_{ik} [p.u.]	Reactancia en Serie X_{ik} [p.u.]	Suceptancia en Derivación β_{ik} [p.u.]
1	2	0.023	0.145	0.040
1	4	0.000	0.300	0.000
2	3	0.020	0.260	0.000
2	5	0.000	0.320	0.000
3	4	0.006	0.032	0.010
3	5	0.000	0.500	0.000

Tabla C.4. Datos de los generadores del sistema de prueba de 5 nodos.

Nodo i	Potencia Real mínima del generador [p.u.]	Potencia Real máxima del generador [p.u.]	Potencia Reactiva mínima del generador [p.u.]	Potencia Reactiva máxima del generador [p.u.]
1 (slack)	$-\infty$	∞	$-\infty$	∞
2	0.100	0.400	-0.200	0.300
3	0.050	0.400	-0.200	0.200

Tabla C.5. Datos de los nodos del sistema de prueba de 5 nodos.

Nodo i	Potencia Real de carga [p.u.]	Potencia Reactiva de carga [p.u.]	Magnitud de Tensión mínima del nodo [p.u.]	Magnitud de Tensión máxima del nodo [p.u.]	Ángulo de Tensión mínima del nodo [grados]	Ángulo de Tensión máxima del nodo [grados]
1	0.000	0.000	1.000	1.000	0.000°	0.000°
2	0.000	0.000	0.950	1.050	-10.00°	10.00°
3	0.900	0.400	0.950	1.050	-10.00°	10.00°
4	0.000	0.000	0.950	1.050	-10.00°	10.00°
5	0.239	0.129	0.950	1.050	-10.00°	10.00°

A su vez, es necesario en un estudio de FPO los datos de las curvas de entrada-salida de los generadores, dichos parámetros expresados en forma polinomial en resumen en la Tabla C.6.

Tabla C.6. Coeficientes de costos del sistema de prueba de 5 nodos.

Nodo de generación	Coeficientes de Costos		
	a cuadrático	b lineal	c constante
1	0.00	0.35	0.00
2	0.40	0.20	0.00
3	0.50	0.30	0.00

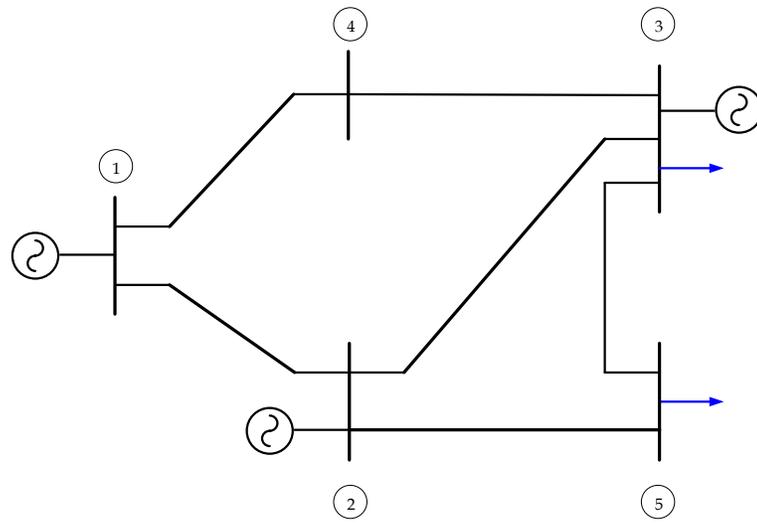


Figura C.1. Configuración del sistema de prueba de 5 nodos.

C.2 SISTEMA DE PRUEBA IEEE DE 14 NODOS

El sistema eléctrico consta de catorce nodos, de los cuales cinco nodos son de generación y once nodos contienen cargas de potencia activa y reactiva. La interconexión del sistema se muestra en la Figura C.2 y el número de componentes de este sistema se resumen en la Tabla C.7.

Los datos y descripciones del sistema eléctrico fueron modificados cambiando la numeración de los nodos de la red de prueba, de acuerdo al orden que requiere el programa desarrollado. Los datos de los compensadores en paralelo (Tabla C.8), los generadores (Tabla C.9), los parámetros de las líneas (Tabla C.10), y los datos de los nodos (Tabla C.11), cuyos valores son expresados en cantidades en por unidad, se presentan a continuación. Por otra parte, en la Tabla C.12 se muestran los coeficientes expresados en forma polinomial de las curvas de entrada-salida de cada uno de los generadores del sistema.

Tabla C.7. Número de elementos del sistema de prueba IEEE de 14 nodos.

Líneas de Transmisión	Transformadores	Generadores	Cargas	Compensadores en paralelo	Variables totales
20	3	5	11	1	218

Tabla C.8. Compensadores en paralelo del sistema de prueba IEEE de 14 nodos.

Nodo i	Conductancia en Paralelo G_{ik} [p.u.]	Suceptancia en Paralelo B_{ik} [p.u.]
9	0.000	0.190

Tabla C.9. Parámetros de impedancia de las líneas del sistema de prueba IEEE de 14 nodos.

Nodo i	Nodo k	Resistencia en Serie R_{ik} [p.u.]	Reactancia en Serie X_{ik} [p.u.]	Suceptancia en Derivación β_{ik} [p.u.]
1	2	0.01938	0.05917	0.0528
1	7	0.05403	0.22304	0.0492
2	3	0.04699	0.19797	0.0438
2	6	0.05811	0.17632	0.0340
2	7	0.05695	0.17388	0.0346
3	6	0.06701	0.17103	0.0128
4	7	0.00000	0.25202	0.0000
4	11	0.09498	0.19890	0.0000
4	12	0.12291	0.25581	0.0000
4	13	0.06615	0.13027	0.0000
5	8	0.00000	0.17615	0.0000

Tabla C.9. Parámetros de impedancia de las líneas del sistema de prueba IEEE de 14 nodos (Continuación).

Nodo i	Nodo k	Resistencia en Serie R_{ik} [p.u.]	Reactancia en Serie X_{ik} [p.u.]	Suceptancia en Derivación β_{ik} [p.u.]
6	7	0.01335	0.04211	0.0000
6	8	0.00000	0.20912	0.0000
6	9	0.00000	0.55618	0.0000
8	9	0.00000	0.11001	0.0000
9	10	0.03181	0.08450	0.0000
9	14	0.12711	0.27038	0.0000
10	11	0.08205	0.19207	0.0000
12	13	0.22092	0.19988	0.0000
13	14	0.17093	0.34802	0.0000

Tabla C.10. Datos de los generadores del sistema de prueba IEEE de 14 nodos.

Nodo i	Potencia Real mínima del generador [p.u.]	Potencia Real máxima del generador [p.u.]	Potencia Reactiva mínima del generador [p.u.]	Potencia Reactiva máxima del generador [p.u.]
1	0.000	3.324	0.000	0.100
2	0.000	1.400	-0.400	0.500
3	0.000	1.000	0.000	0.400
4	0.000	1.000	-0.060	0.240
5	0.000	1.000	-0.060	0.240

Tabla C.11. Datos de los nodos del sistema de prueba IEEE de 14 nodos.

Nodo i	Potencia Real de carga [p.u.]	Potencia Reactiva de carga [p.u.]	Magnitud de Tensión mínima del nodo [p.u.]	Magnitud de Tensión máxima del nodo [p.u.]	Ángulo de Tensión mínima del nodo [grados]	Ángulo de Tensión máxima del nodo [grados]
1	0.000	0.000	1.000	1.000	0.000°	0.000°
2	0.247	0.127	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
3	0.942	0.190	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
4	0.112	0.075	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
5	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
6	0.478	-0.039	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
7	0.076	0.016	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
8	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
9	0.295	0.166	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
10	0.090	0.058	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
11	0.035	0.018	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
12	0.061	0.016	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
13	0.135	0.058	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
14	0.149	0.050	0.940	1.060	-360.00°	360.00°

C.3 Sistema de Prueba IEEE de 118 Nodos

El sistema contiene 118 nodos, de los cuales 54 contienen unidades térmicas, 91 cargas distribuidas a lo largo de los nodos, y un total de 179 líneas de transmisión. La interconexión del sistema puede visualizarse en 3 partes en las Figuras C3 a C5, y el número de elementos pertenecientes de este sistema se visualizan en Tabla C.13. Sus respectivos datos de elementos en paralelo (Tabla C.14), parámetros de líneas (Tabla C.15), nodos generación (Tabla C.18) y datos nodales (Tabla C.19) se presentan a continuación. En cambio, en la Tabla C.20 se indican los coeficientes polinomiales de cada una de las unidades térmicas para la función objetivo.

Tabla C.13. Número de elementos del sistema de prueba IEEE de 118 nodos.

Líneas de Transmisión	Transformadores	Generadores	Cargas	Compensadores en paralelo	Variables totales
179	9	54	99	14	1956

Tabla C.14. Compensadores en paralelo del sistema de prueba IEEE de 118 nodos.

Nodo i	Conductancia en Paralelo G_{ik} [p.u.]	Suceptancia en Paralelo B_{ik} [p.u.]
17	0.000	0.140
21	0.000	0.100
34	0.000	0.120
48	0.000	0.200
49	0.000	0.060
50	0.000	0.060
57	0.000	-0.400
74	0.000	-0.250
79	0.000	0.100
80	0.000	0.100
82	0.000	0.150
97	0.000	0.200
99	0.000	0.200
100	0.000	0.100

Tabla C.15. Parámetros de impedancia de las líneas del sistema de prueba IEEE 118 nodos.

Nodo i	Nodo k	Resistencia en Serie R_{ik} [p.u.]	Reactancia en Serie X_{ik} [p.u.]	Suceptancia en Derivación β_{ik} [p.u.]
1	81	0.08440	0.27780	0.07092
1	22	0.09850	0.32400	0.08280

Tabla C.15. Parámetros de impedancia de las líneas del sistema de prueba IEEE 118 nodos (Continuación).

Nodo i	Nodo k	Resistencia en Serie R_{ik} [p.u.]	Reactancia en Serie X_{ik} [p.u.]	Suceptancia en Derivación β_{ik} [p.u.]
1	93	0.00000	0.03700	0.00000
1	31	0.03000	0.12700	0.12200
1	95	0.04050	0.12200	0.12400
1	36	0.03090	0.10100	0.10380
2	55	0.03030	0.09990	0.02540
2	56	0.01290	0.04240	0.01082
3	57	0.00176	0.00798	0.00210
3	60	0.02090	0.06880	0.01748
4	57	0.01190	0.05400	0.01426
4	58	0.00459	0.02080	0.00550
5	59	0.00244	0.03050	1.16200
5	57	0.00000	0.02670	0.00000
5	71	0.00431	0.05040	0.51400
6	59	0.00258	0.03220	1.23000
7	60	0.00595	0.01960	0.00502
7	55	0.01870	0.06160	0.01572
7	56	0.04840	0.16000	0.04060
7	58	0.00862	0.03400	0.00874
7	62	0.02150	0.07070	0.01816
7	63	0.02120	0.08340	0.02140
7	117	0.03290	0.14000	0.03580
8	61	0.07440	0.24440	0.06268
8	62	0.05950	0.19500	0.05020
8	64	0.01320	0.04370	0.04440
8	10	0.01200	0.03940	0.01010
8	72	0.03800	0.12440	0.03194
9	64	0.01230	0.05050	0.01298
9	10	0.01119	0.04930	0.01142
10	65	0.02520	0.11700	0.02980
10	17	0.07520	0.24700	0.06320
11	68	0.01350	0.04920	0.04980
11	31	0.00221	0.41150	0.10198
11	32	0.04880	0.19600	0.04880
12	68	0.01560	0.08000	0.08640
12	13	0.00000	0.03820	0.00000
12	14	0.03180	0.16300	0.17640
13	71	0.00799	0.08600	0.90800
14	69	0.01913	0.08550	0.02160

Tabla C.15. Parámetros de impedancia de las líneas del sistema de prueba IEEE 118 nodos (Continuación).

Nodo i	Nodo k	Resistencia en Serie R_{ik} [p.u.]	Reactancia en Serie X_{ik} [p.u.]	Suceptancia en Derivación β_{ik} [p.u.]
14	116	0.01640	0.07410	0.01972
14	16	0.02290	0.07550	0.01926
15	64	0.04740	0.15630	0.03990
15	70	0.01080	0.03310	0.00830
15	16	0.02980	0.09850	0.02510
16	68	0.03170	0.11530	0.11730
16	53	0.06150	0.20300	0.05180
16	115	0.01350	0.06120	0.01628
17	18	0.00871	0.02680	0.00568
17	74	0.00256	0.00940	0.00984
17	78	0.04130	0.16810	0.04226
18	73	0.00224	0.01020	0.00268
19	74	0.05930	0.16800	0.04200
19	76	0.01840	0.06050	0.01552
19	77	0.01450	0.04870	0.01222
19	20	0.05550	0.18300	0.04660
20	77	0.04100	0.13500	0.03440
20	22	0.03570	0.16150	0.17200
21	80	0.04000	0.13560	0.03320
21	81	0.03800	0.12700	0.03160
21	82	0.06010	0.18900	0.04720
22	81	0.01910	0.06250	0.01604
22	80	0.06840	0.18600	0.04440
22	82	0.01790	0.05050	0.01258
22	83	0.02670	0.07520	0.01874
22	84	0.04860	0.13700	0.03420
22	23	0.03990	0.14570	0.14680
22	30	0.00900	0.04590	0.04960
23	86	0.02630	0.12200	0.03100
23	24	0.01690	0.07070	0.02020
23	25	0.00275	0.00955	0.00732
23	26	0.05030	0.22930	0.05980
24	25	0.00488	0.01510	0.00374
24	26	0.04739	0.21580	0.05646
25	87	0.03430	0.09660	0.02420
25	88	0.03430	0.09660	0.02420
25	26	0.04060	0.12240	0.11050
26	89	0.03170	0.14500	0.03760

Tabla C.15. Parámetros de impedancia de las líneas del sistema de prueba IEEE 118 nodos (Continuación).

Nodo i	Nodo k	Resistencia en Serie R_{ik} [p.u.]	Reactancia en Serie X_{ik} [p.u.]	Suceptancia en Derivación β_{ik} [p.u.]
27	89	0.00264	0.01350	0.01456
27	28	0.00824	0.03760	0.00980
27	91	0.00000	0.02680	0.00000
28	89	0.01230	0.05610	0.01468
28	30	0.04820	0.21800	0.05780
28	92	0.02580	0.11700	0.03100
29	75	0.00901	0.09860	1.04600
29	91	0.00269	0.03020	0.38000
29	30	0.00000	0.03700	0.00000
29	93	0.00138	0.01600	0.63800
30	92	0.02240	0.10150	0.02682
31	94	0.00882	0.03550	0.00878
31	34	0.04010	0.13230	0.03368
31	95	0.04280	0.14100	0.03600
32	94	0.04460	0.18000	0.04444
33	94	0.00866	0.04540	0.01178
34	95	0.01230	0.04060	0.01034
35	36	0.04440	0.14800	0.03680
35	118	0.01640	0.05440	0.01356
36	95	0.06010	0.19990	0.04978
36	96	0.00376	0.01240	0.01264
36	37	0.01087	0.03320	0.07000
36	99	0.02980	0.08530	0.08174
37	97	0.01560	0.07040	0.01870
37	98	0.00000	0.03700	0.00000
37	107	0.03560	0.18200	0.04940
37	108	0.01830	0.09340	0.02540
37	109	0.02380	0.10800	0.02860
37	44	0.04540	0.20600	0.05460
38	100	0.04300	0.14800	0.03480
38	101	0.03020	0.06410	0.01234
38	102	0.03500	0.12300	0.02760
38	103	0.02000	0.10200	0.02760
38	40	0.02390	0.17300	0.04700
39	102	0.02828	0.20740	0.04450
40	103	0.01390	0.07120	0.01934
40	41	0.01630	0.06510	0.15880
40	43	0.00790	0.03820	0.09620

Tabla C.16. Parámetros de impedancia de las líneas del sistema de prueba IEEE 118 nodos (Continuación).

Nodo i	Nodo k	Resistencia en Serie R_{ik} [p.u.]	Reactancia en Serie X_{ik} [p.u.]	Suceptancia en Derivación β_{ik} [p.u.]
41	42	0.02540	0.08360	0.02140
42	43	0.03870	0.12720	0.03268
43	104	0.02580	0.08480	0.02180
43	105	0.04810	0.15800	0.04060
43	45	0.06480	0.29500	0.04720
43	111	0.01230	0.05590	0.01464
44	45	0.01800	0.08130	0.02160
45	105	0.01780	0.05800	0.06040
45	109	0.03970	0.17900	0.04760
45	110	0.02770	0.12620	0.03280
45	46	0.01600	0.05250	0.05360
45	47	0.04510	0.20400	0.05410
45	112	0.06050	0.22900	0.06200
46	47	0.04660	0.15840	0.04070
46	48	0.05350	0.16250	0.04080
47	48	0.00994	0.03780	0.00986
48	112	0.01400	0.05470	0.01434
48	49	0.05300	0.18300	0.04720
48	113	0.02610	0.07030	0.01844
49	112	0.05300	0.18300	0.04720
50	114	0.02780	0.07620	0.02020
50	51	0.02200	0.07550	0.02000
50	52	0.02470	0.06400	0.06200
53	64	0.00913	0.03010	0.00768
54	93	0.00034	0.00405	0.16400
56	57	0.02410	0.10800	0.02840
57	60	0.02030	0.06820	0.01738
60	61	0.02225	0.07310	0.01876
63	64	0.04540	0.18010	0.04660
64	71	0.00000	0.03880	0.00000
65	66	0.01830	0.08490	0.02160
66	67	0.02090	0.09700	0.02460
67	68	0.03420	0.15900	0.04040
69	70	0.02370	0.09430	0.02380
71	75	0.00464	0.05400	0.42200
72	74	0.04150	0.14200	0.03660
73	74	0.01100	0.04970	0.01318
74	75	0.00000	0.03750	0.00000

Tabla C.17. Parámetros de impedancia de las líneas del sistema de prueba IEEE 118 nodos (Continuación).

Nodo i	Nodo k	Resistencia en Serie R_{ik} [p.u.]	Reactancia en Serie X_{ik} [p.u.]	Suceptancia en Derivación β_{ik} [p.u.]
78	79	0.06080	0.24540	0.06068
79	80	0.02240	0.09010	0.02240
83	87	0.04740	0.13400	0.03320
84	85	0.02030	0.05880	0.01396
84	88	0.02550	0.07190	0.01788
85	86	0.04050	0.16350	0.04058
90	91	0.00172	0.02000	0.21600
93	98	0.00175	0.02020	0.80800
95	118	0.01450	0.04810	0.01198
96	97	0.00546	0.02440	0.00648
99	100	0.01120	0.03665	0.03796
99	107	0.01620	0.05300	0.05440
100	101	0.06250	0.13200	0.02580
104	105	0.02230	0.07320	0.01876
105	106	0.01320	0.04340	0.01110
105	107	0.02690	0.08690	0.02300
106	107	0.01710	0.05470	0.01474
107	108	0.01730	0.08850	0.02400
110	111	0.02460	0.11200	0.02940
113	114	0.01050	0.02880	0.00760
115	116	0.00230	0.01040	0.00276
26	27	0.03280	0.15000	0.03880
40	50	0.03906	0.18130	0.04610
74	76	0.03210	0.10600	0.02700
26	90	0.00000	0.03860	0.00000

Tabla C.18. Datos de los generadores del sistema de prueba IEEE 118 nodos.

Nodo i	Potencia Real mínima del generador [p.u.]	Potencia Real máxima del generador [p.u.]	Potencia Reactiva mínima del generador [p.u.]	Potencia Reactiva máxima del generador [p.u.]
1	0.000	8.052	-3.000	3.500
2	0.000	1.000	-0.050	0.150
3	0.000	1.000	-3.000	3.500
4	0.000	1.000	-0.130	0.500
5	0.000	1.000	-3.000	3.500
6	0.000	5.500	-1.470	2.000
7	0.000	1.850	-0.350	1.200
8	0.000	1.000	-0.100	0.300
9	0.000	1.000	-0.160	0.500
10	0.000	1.000	-0.080	0.240

Tabla C.16. Datos de los generadores del sistema de prueba IEEE 118 nodos (Continuación).

Nodo <i>i</i>	Potencia Real mínima del generador [p.u.]	Potencia Real máxima del generador [p.u.]	Potencia Reactiva mínima del generador [p.u.]	Potencia Reactiva máxima del generador [p.u.]
16	0.000	1.000	-0.140	0.420
17	0.000	1.000	-0.080	0.240
18	0.000	1.000	-0.080	0.240
19	0.000	1.000	-3.000	3.500
20	0.000	1.000	-3.000	3.500
21	0.000	1.190	-1.000	1.500
22	0.000	3.040	-0.820	2.100
23	0.000	1.480	-3.000	3.500
24	0.000	1.000	-0.080	0.230
25	0.000	1.000	-0.080	0.150
26	0.000	2.550	-0.600	1.800
27	0.000	2.600	-1.000	3.000
28	0.000	1.000	-0.200	0.200
29	0.000	4.910	-0.670	2.000
30	0.000	4.920	-0.670	2.000
31	0.000	1.000	-0.100	0.320
32	0.000	1.000	-1.000	1.500
33	0.000	1.000	-1.000	1.500
34	0.000	1.000	-0.060	0.090
35	0.000	1.000	-0.080	0.230
36	0.000	1.000	-0.200	0.700
37	0.000	5.770	-1.650	2.800
38	0.000	1.000	-0.080	0.230
39	0.000	1.040	-1.000	10.00
40	0.000	7.070	-2.100	3.000
41	0.000	1.000	-3.000	3.500
42	0.000	1.000	-1.000	1.500
43	0.000	1.000	-0.030	0.090
44	0.000	1.000	-1.000	1.500
45	0.000	3.520	-0.500	1.550
46	0.000	1.400	-0.150	0.400
47	0.000	1.000	-0.080	0.230
48	0.000	1.000	-0.080	0.230
49	0.000	1.000	-2.000	2.500
50	0.000	1.000	-0.080	0.230
51	0.000	1.360	-1.000	10.00
52	0.000	1.000	-1.000	10.00
53	0.000	1.000	-1.000	2.000
14	0.000	1.000	-3.000	3.500
15	0.000	1.070	-3.000	3.500
11	0.000	1.000	-3.000	3.500
12	0.000	3.200	-0.470	1.400
13	0.000	4.140	-10.000	10.50
54	0.000	1.000	-10.000	10.50

Tabla C.19. Datos de los nodos del sistema de prueba IEEE 118 nodos.

Nodo <i>i</i>	Potencia Real de carga [p.u.]	Potencia Reactiva de carga [p.u.]	Magnitud de Tensión mínima del nodo [p.u.]	Magnitud de Tensión máxima del nodo [p.u.]	Ángulo de Tensión mínima del nodo [grados]	Ángulo de Tensión máxima del nodo [grados]
1	0.000	0.000	1.000	1.000	0.00°	0.00°
2	0.510	0.270	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
3	0.390	0.120	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
4	0.520	0.220	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
5	0.280	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
6	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
7	0.470	0.100	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
8	0.900	0.300	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
9	0.600	0.340	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
10	0.450	0.250	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
11	0.130	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
12	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
13	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
14	0.710	0.130	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
15	0.430	0.270	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
16	0.590	0.230	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
17	0.590	0.260	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
18	0.310	0.170	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
19	0.660	0.230	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
20	0.960	0.230	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
21	0.280	0.100	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
22	0.870	0.300	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
23	1.130	0.320	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
24	0.630	0.220	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
25	0.840	0.180	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
26	2.770	1.130	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
27	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
28	0.770	0.140	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
29	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
30	0.390	0.180	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
31	0.660	0.200	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
32	0.120	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
33	0.060	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
34	0.680	0.270	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
35	0.680	0.360	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
36	0.610	0.280	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
37	1.300	0.260	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
38	0.240	0.150	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
39	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
40	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
41	1.630	0.420	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
42	0.100	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
43	0.650	0.100	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
44	0.420	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°

Tabla C.17. Datos de los nodos del sistema de prueba IEEE 118 nodos (Continuación).

Nodo <i>i</i>	Potencia Real de carga [p.u.]	Potencia Reactiva de carga [p.u.]	Magnitud de Tensión mínima del nodo [p.u.]	Magnitud de Tensión máxima del nodo [p.u.]	Ángulo de Tensión mínima del nodo [grados]	Ángulo de Tensión máxima del nodo [grados]
45	0.370	0.180	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
46	0.230	0.160	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
47	0.380	0.250	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
48	0.310	0.260	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
49	0.500	0.120	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
50	0.390	0.300	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
51	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
52	0.680	0.130	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
53	0.060	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
54	1.840	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
55	0.200	0.090	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
56	0.390	0.100	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
57	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
58	0.190	0.020	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
59	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
60	0.700	0.230	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
61	0.340	0.160	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
62	0.140	0.010	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
63	0.250	0.100	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
64	0.110	0.030	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
65	0.180	0.030	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
66	0.140	0.080	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
67	0.100	0.050	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
68	0.070	0.030	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
69	0.170	0.070	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
70	0.240	0.040	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
71	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
72	0.230	0.090	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
73	0.330	0.090	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
74	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
75	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
76	0.270	0.110	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
77	0.370	0.100	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
78	0.180	0.070	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
79	0.160	0.080	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
80	0.530	0.220	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
81	0.340	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
82	0.200	0.110	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
83	0.170	0.040	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
84	0.170	0.080	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
85	0.180	0.050	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
86	0.230	0.110	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
87	0.120	0.030	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
88	0.120	0.030	0.940	1.060	-360.00°	360.00°

Tabla C.17. Datos de los nodos del sistema de prueba IEEE 118 nodos (Continuación).

Nodo <i>i</i>	Potencia Real de carga [p.u.]	Potencia Reactiva de carga [p.u.]	Magnitud de Tensión mínima del nodo [p.u.]	Magnitud de Tensión máxima del nodo [p.u.]	Ángulo de Tensión mínima del nodo [grados]	Ángulo de Tensión máxima del nodo [grados]
89	0.780	0.030	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
90	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
91	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
92	0.280	0.070	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
93	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
94	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
95	0.470	0.110	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
96	0.710	0.260	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
97	0.390	0.320	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
98	0.000	0.000	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
99	0.540	0.270	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
100	0.200	0.100	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
101	0.110	0.070	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
102	0.210	0.100	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
103	0.480	0.100	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
104	0.120	0.070	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
105	0.300	0.160	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
106	0.420	0.310	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
107	0.380	0.150	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
108	0.150	0.090	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
109	0.340	0.080	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
110	0.220	0.150	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
111	0.050	0.030	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
112	0.430	0.160	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
113	0.020	0.010	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
114	0.080	0.030	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
115	0.080	0.030	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
116	0.220	0.070	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
117	0.200	0.080	0.940	1.060	-360.00°	360.00°
118	0.330	0.150	0.940	1.060	-360.00°	360.00°

Tabla C.20. Coeficientes de costos del sistema de prueba IEEE 118 nodos.

Nodo de generación	Coeficientes de Costos		
	a cuadrático	b lineal	c constante
1	0.019	20.000	0.00
2	0.010	40.000	0.00
3	0.010	40.000	0.00
4	0.010	40.000	0.00
5	0.010	40.000	0.00
6	0.022	20.000	0.00
7	0.118	20.000	0.00
8	0.010	40.000	0.00

Tabla C.18. Coeficientes de costos del sistema de prueba IEEE 118 nodos.

Nodo de generación	Coeficientes de Costos		
	a (cuadrático)	b (lineal)	c (constante)
9	0.010	40.000	0.00
10	0.010	40.000	0.00
11	0.010	40.000	0.00
12	0.045	20.000	0.00
13	0.032	20.000	0.00
14	0.010	40.000	0.00
15	1.429	20.000	0.00
16	0.010	40.000	0.00
17	0.010	40.000	0.00
18	0.010	40.000	0.00
19	0.010	40.000	0.00
20	0.010	40.000	0.00
21	0.526	20.000	0.00
22	0.049	20.000	0.00
23	0.208	20.000	0.00
24	0.010	40.000	0.00
25	0.010	40.000	0.00
26	0.065	20.000	0.00
27	0.063	20.000	0.00
28	0.010	40.000	0.00
29	0.026	20.000	0.00
30	0.026	20.000	0.00
31	0.010	40.000	0.00
32	0.010	40.000	0.00
33	0.010	40.000	0.00
34	0.010	40.000	0.00
35	0.010	40.000	0.00
36	0.010	40.000	0.00
37	0.021	20.000	0.00
38	0.010	40.000	0.00
39	2.500	20.000	0.00
40	0.016	20.000	0.00
41	0.010	40.000	0.00
42	0.010	40.000	0.00
43	0.010	40.000	0.00
44	0.010	40.000	0.00
45	0.040	20.000	0.00
46	0.250	20.000	0.00
47	0.010	40.000	0.00
48	0.010	40.000	0.00
49	0.010	40.000	0.00
50	0.010	40.000	0.00
51	0.278	20.000	0.00
52	0.010	40.000	0.00
53	0.010	40.000	0.00
54	0.010	40.000	0.00

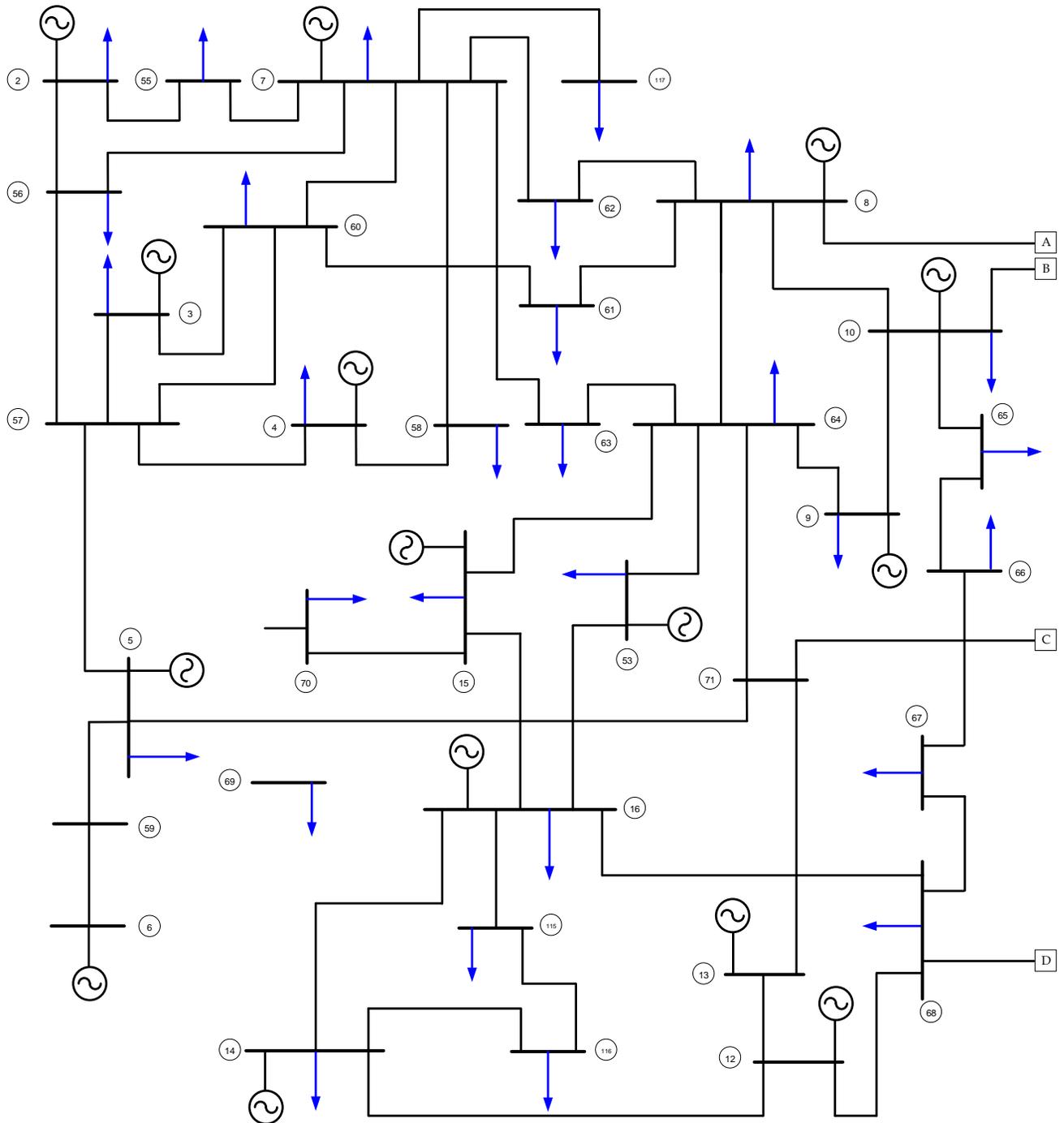


Figura C.3. Configuración del sistema de prueba IEEE de 118 nodos (Parte 1/3).

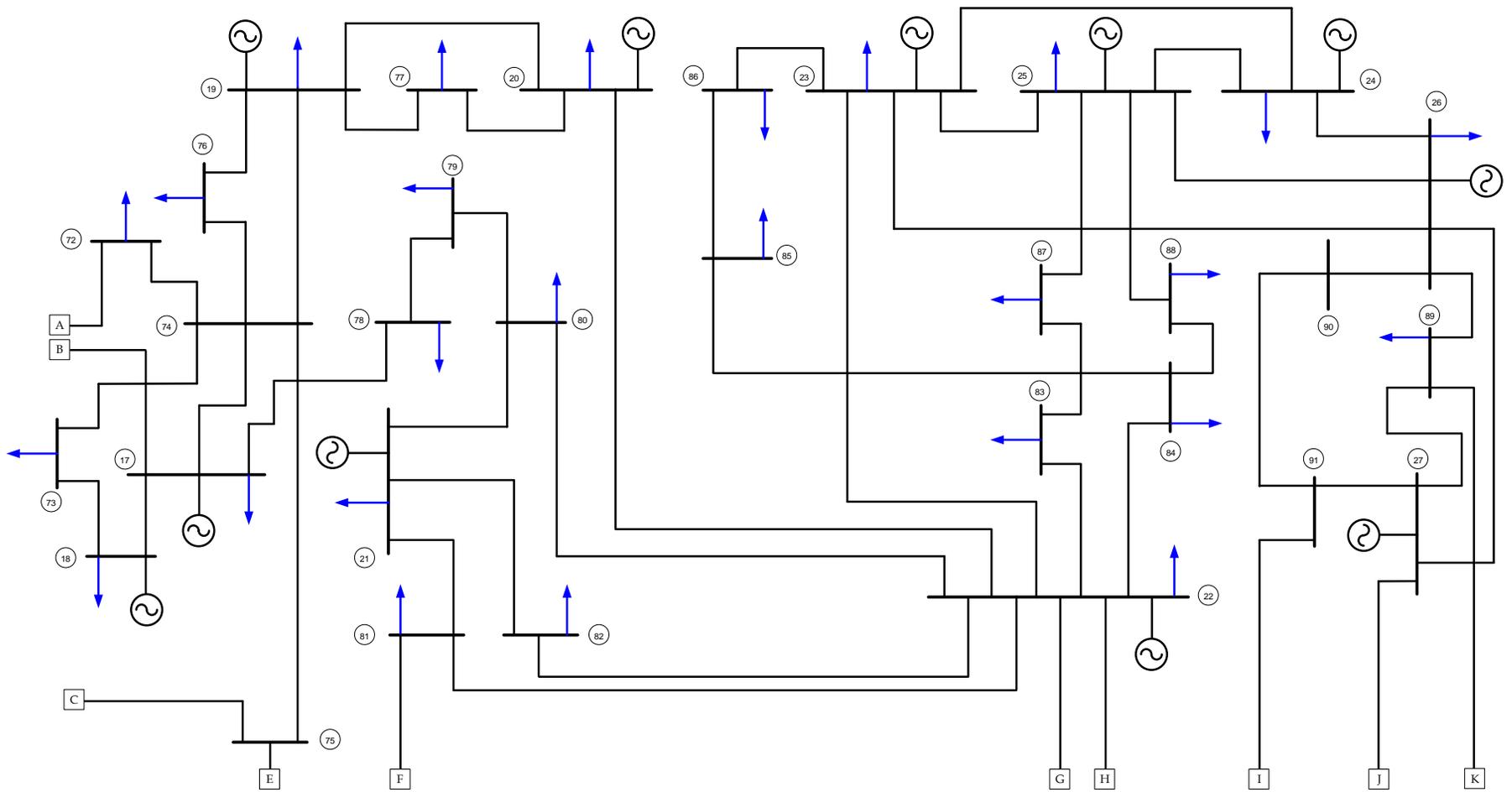


Figura C.4. Configuración del sistema de prueba IEEE de 118 nodos (Parte 2/3).

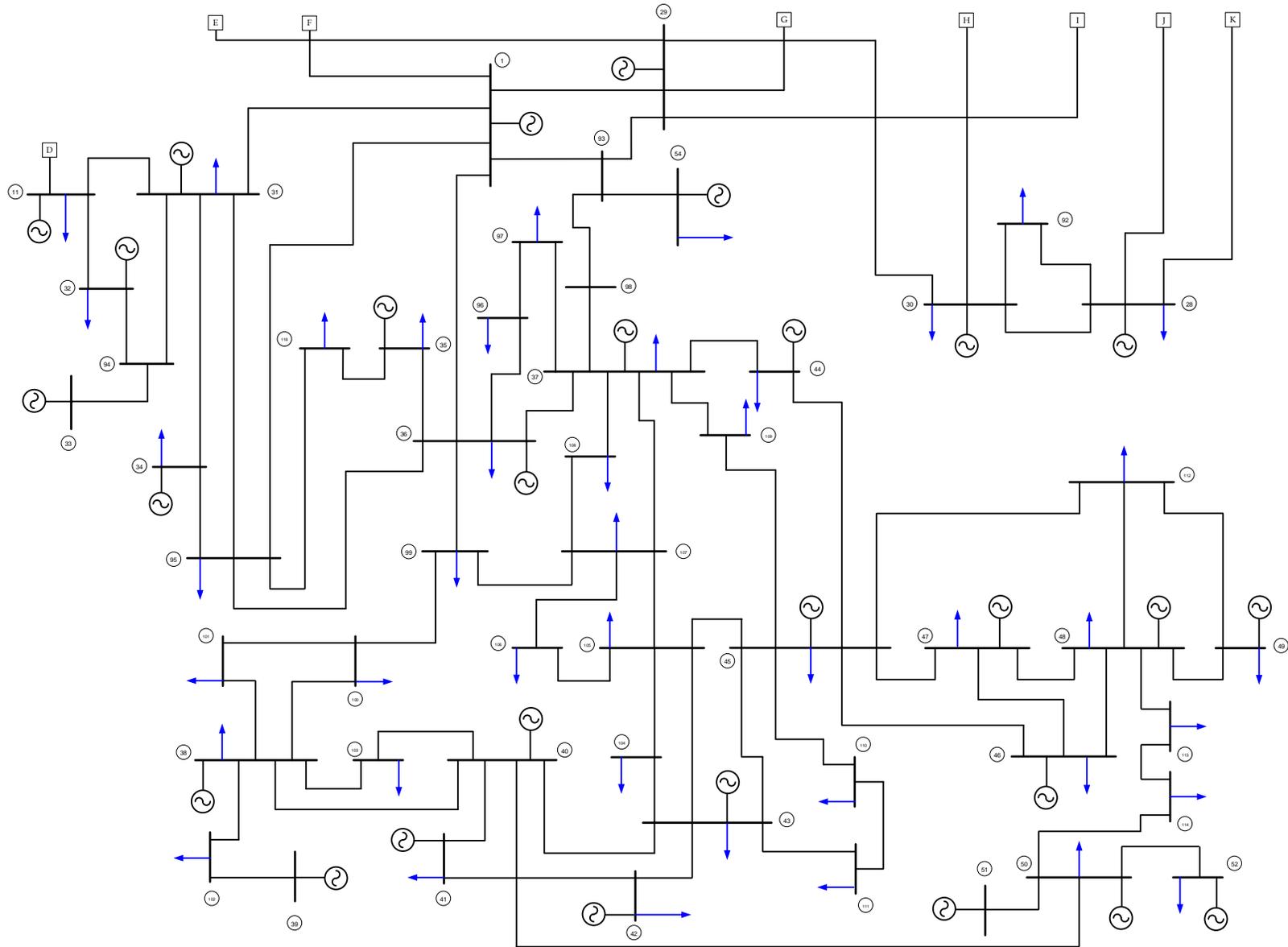


Figura C.5. Configuración del sistema de prueba IEEE de 118 nodos (Parte 3/3).

APÉNDICE D:

PROBLEMA DE DESPACHO ECONÓMICO CLÁSICO

D.1 EL PROBLEMA DE DESPACHO ECONÓMICO SIN PÉRDIDAS PARA UNIDADES TÉRMICAS

El objetivo del estudio de Despacho Económico (DE) de potencia real para unidades térmicas es determinar la cantidad de potencia real que suministra cada unidad de generación térmica en un periodo determinado (1 hora), con la finalidad de satisfacer la demanda del sistema de potencia al mínimo costo de operación, contemplando ciertas condiciones de restricción dadas por límites de generación de las unidades generadoras y la demanda de carga de dicho sistema [Vázquez 2006, Wood et al., 2014].

En este sistema de potencia, se consideran N unidades térmicas de generación, como se muestra en la Figura D.1, donde cada unidad es representada por sus respectivas curvas de entrada-salida F_i . El costo total de operación del sistema es la suma de cada unidad individual [Wood et al., 2014].

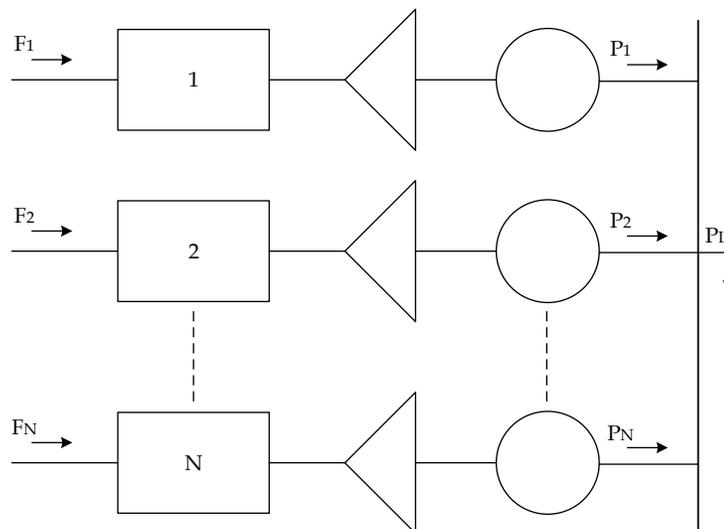


Figura D.1. Representación de un sistema de N unidades para satisfacer la demanda P_L (Adaptada de [Wood et al., 2014]).

La ecuación anterior representa la condición necesaria para la existencia de un costo mínimo de operación para el sistema de potencia, donde todas las tasas de costo incremental deben ser iguales al valor indeterminado λ (principio de tasa incremental equitativa de la operación económica para múltiples unidades de generación). Esto se representa matemáticamente como [Zhu, 2015]:

$$\frac{dF_1}{dP_1^G} = \frac{dF_2}{dP_2^G} = \dots = \frac{dF_N}{dP_N^G} = \lambda \quad (\text{D.4})$$

Por lo tanto, para obtener los valores de salidas de potencia real, se debe resolver el sistema generado por las ecuaciones (D.3) y (D.4). Considerando la terminología de los coeficientes de la curva de costos del Capítulo 2, el sistema $Ax = b$ a resolver, representado de manera matricial, es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} 2c_1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 2c_2 & \dots & 0 & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2c_N & -1 \\ -1 & -1 & \dots & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^G \\ P_2^G \\ \vdots \\ P_N^G \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 \\ -b_2 \\ \vdots \\ -b_N \\ -P_L \end{bmatrix} \quad (\text{D.5})$$

Cabe mencionar, que también se pueden considerar dos restricciones de desigualdad más, las cuales representan los límites de cada unidad de generación. Esto indica, que la salida de potencia real debe mayor o igual a la potencia de generación mínima y menor o igual a la potencia de generación máxima. El problema de optimización que resulta es:

$$\begin{aligned} \min \quad & F = F_1(P_1^G) + F_2(P_2^G) + \dots + F_i(P_i^G) = \sum_{i=1}^N F_N(P_N^G) \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^N (P_i^G) = P_L \\ & P_i^{G,\min} \leq P_i^G \leq P_i^{G,\max} \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

Cuando se consideran estas restricciones de desigualdad, el principio de tasa incremental equitativa puede ser aplicado a las ecuaciones de (D.6). Este proceso se resume a continuación [Zhu, 2015]:

1. Despreciar por el momento las restricciones de desigualdad del modelo (D.6). Distribuir las potencias entre las unidades de acuerdo al principio de tasa incremental equitativa, y resolver el sistema (D.5).
2. Verificar que los valores de potencia resultantes se encuentren dentro de los límites de potencia acorde a las desigualdades del modelo (D.6). Si algún valor

rebasa alguno de los límites, la potencia de salida correspondiente a esa unidad generadora debe ajustarse al límite violado. Como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} Si \quad P_k^G \geq P_k^{G,max}, \quad P_k^G &= P_k^{G,max} \\ Si \quad P_k^G \leq P_k^{G,min}, \quad P_k^G &= P_k^{G,min} \end{aligned} \quad (D.7)$$

3. Considerar el valor de potencia violada de cada unidad generadora como carga negativa.

$$P_{Lk}' = -P_k^G \quad \forall k = 1, \dots, nk \quad (D.8)$$

4. Calcular los nuevos valores de la potencia contemplando las violaciones a las restricciones.

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq nk}}^N P_i^G = P_L + \sum_{k=1}^{nk} P_{Lk}' \quad (D.9)$$

5. Matricialmente, el nuevo sistema $Ax = b$ considerando que la Unidad 1 rebasó el límite de potencia de generación, queda de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 2c_2 & \cdots & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2c_N & 1 \\ 0 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^G \\ P_2^G \\ \vdots \\ P_N^G \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{1,max}^G \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \\ P_L - P_{L1}' \end{bmatrix} \quad (D.10)$$

D.2 SOLUCIÓN GRÁFICA AL PROBLEMA DE DESPACHO ECONÓMICO SIN PÉRDIDAS PARA UNIDADES TÉRMICAS

Para poder interpretar este método de solución se debe tomar en consideración el principio de la tasa incremental equitativa de la expresión (D.4) donde se denota la igualdad del costo incremental para todos los generadores. Este principio aplica siempre y cuando cada unidad esté operando dentro de sus límites de operación. La solución gráfica es ilustrada en la Figura D.2, para cada unidad generada se grafica su respectiva curva de costo incremental en contra de la potencia activa de generación, contemplando los límites de potencia activa [Sheblé and McCalley, 1999].

Estas gráficas se colocan adyacentemente para poder trazar una línea recta conocida como regla del operador que pasa por cada una de las gráficas de las curvas de costo incremental, a su vez, esta línea representa un valor lambda (λ^*) elegida al juicio del operador donde en cierto punto el total de la potencia real de las unidades de generación satisface la potencia total de demanda, una vez cumplida esta restricción se dice que la solución óptima ha sido encontrada. De cualquier otra manera, un valor nuevo de lambda es elegido y el proceso se repite hasta que la regla del operador se encuentre dentro de los límites de operación, incluso se da el caso que se ajusta al límite inferior o superior [Sheblé and McCalley, 1999].

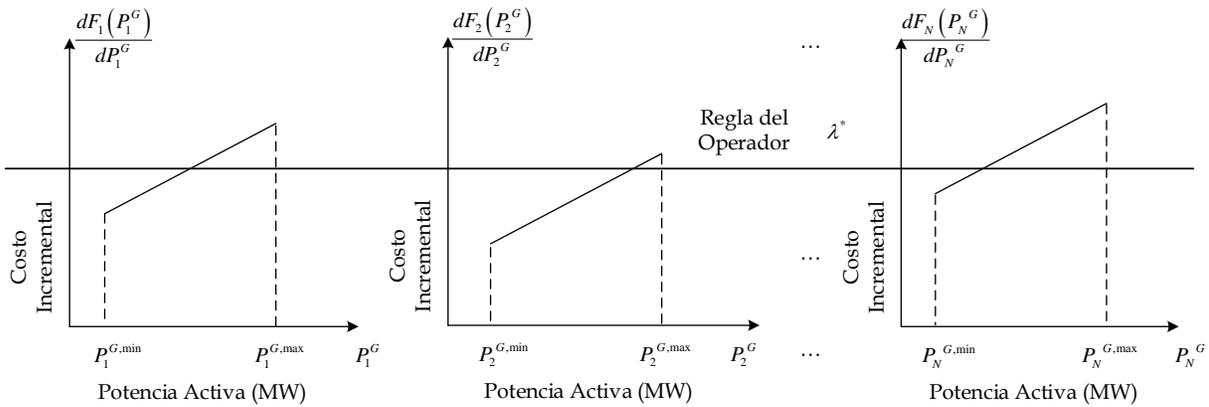


Figura D.2. Solución gráfica del problema de Despacho Económico sin Pérdidas (Modificado de [Sheblé and McCalley, 1999]).

APÉNDICE E:

ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA CONVENCIONALES DE C.A.

E.1 FLUJOS DE POTENCIA DE C.A.

El estudio de Flujos de Potencia o llamado también Flujos Carga de Corriente Alterna, permite determinar el estado de operación en estado estacionario de un sistema de potencia (generación/transmisión). Los parámetros que se obtienen en este tipo de estudios son tensiones nodales, flujos de potencia y pérdidas en las líneas de transmisión, potencias reactivas de generación y absorbidas de los nodos de voltaje controlado y potencia compleja del nodo de compensación [Arriaga and Smith, 1998, Valenzuela, 2011]. En otras palabras, con base a cierto consumo en cada nodo y a la potencia activa dada por las unidades de generación, se especifican las tensiones nodales y el flujo de potencia compleja a través de los elementos de la red eléctrica, la cual es representada por un modelo monofásico equivalente asumiendo que el sistema se encuentra balanceado [Gómez-Expósito et al., 2008].

El contexto de estado de operación estacionario o de régimen permanente hace referencia a la condición independiente del tiempo, donde solo se toma en consideración el ajuste final de los parámetros y elementos que se encuentran del sistema de potencia con la finalidad de determinar el estado de operación en ese instante [Arriaga and Smith, 1998]. Las aplicaciones de este tipo de estudios radican en la planeación, operación y expansión futura de los sistemas eléctricos de potencia, específicamente, puede formar parte de estudios de estabilidad transitoria, problemas de optimización, colapso de tensión, simuladores de entrenamiento, etc. [Gómez-Expósito et al., 2008].

En el problema de flujos de potencia, la relación entre la tensión y la corriente es no lineal, así como la relación entre el consumo de potencia activa y reactiva en determinado nodo o también la potencia activa generada y la magnitud de tensión en el nodo generador. Por ende, la solución al problema de flujos de potencia resulta en un problema completamente no lineal [Zhu, 2015].

La formulación matemática del problema de flujos de potencia resulta en un sistema de ecuaciones algebraicas simultáneas no lineales, además se debe de cumplir un balance de potencias (Teorema de Conservación de la Potencia Compleja) o corrientes (Ley de Kirchhoff de Corrientes) a través de un nodo del sistema de potencia. La Figura E.1 representa el balance de potencias en un determinado nodo [Ruiz y Olgúin, 1997].

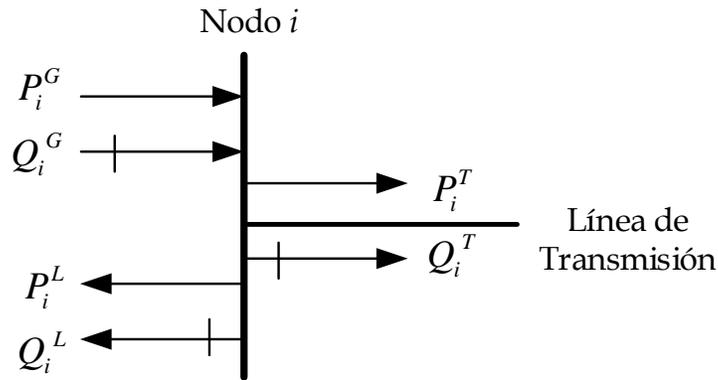


Figura E.1. Convención del balance de potencia en el nodo ' i ' de un sistema eléctrico de potencia (Adaptado de [Ruiz y Olgúin, 1997])

Donde:

P_i^G , Representa la potencia de generación activa de determinado nodo i .

Q_i^G , Representa la potencia de generación reactiva de determinado nodo i .

P_i^L , Representa la potencia de carga activa de determinado nodo i .

Q_i^L , Representa la potencia de carga reactiva de determinado nodo i .

P_i^T , Representa la potencia de transmisión activa de determinado nodo i .

Q_i^T , Representa la potencia de transmisión reactiva de determinado nodo i .

El balance de potencias se describe como [Stagg and El-Abiad, 1984, Valenzuela, 2011]:

$$\begin{aligned} P_i &= P_i^G - P_i^T - P_i^L \\ Q_i &= Q_i^G - Q_i^T - Q_i^L \end{aligned} \quad (E.11)$$

Donde la dirección de las potencias se asume positiva, el término P_i y Q_i representan los balances de potencia activa y reactiva, respectivamente. El modelo convencional de flujos de potencia es representado por inyecciones de potencia constante, mientras que las potencias de transmisión dependen de la interconexión del sistema de potencia simbolizado por la matriz de admitancia Y_{BUS} , cuya formación se realiza por inspección [Valenzuela, 2011]. Las características de esta matriz son las siguientes [López, 2015]:

- Los elementos diagonales de la matriz Y_{BUS} son positivos y se pueden calcular sumando las admitancias de los elementos conectados a los nodos.

$$Y_{ii} = \sum_{j=1}^N y_{ij}$$

Donde, N representa el número de nodos del sistema de potencia, y_{ij} hace referencia a la admitancia de la línea de transmisión y Y_{ii} son los valores diagonales de la matriz Y_{BUS} .

- Los elementos fuera de la diagonal Y_{ij} de la matriz Y_{BUS} son el negativo de la admitancia del elemento y_{ij} , como se describe a continuación:

$$Y_{ij} = -y_{ij}$$

- La matriz Y_{BUS} tiene la propiedad de ser diagonalmente dominante, es decir, la magnitud de los elementos de la diagonal es numéricamente mayor a los elementos fuera de la diagonal.
- La matriz Y_{BUS} es simétrica $Y_{ij} = Y_{ji}$, así como cuadrada, cuyo tamaño depende del número de nodos $(N \times N)$.
- La matriz Y_{BUS} contiene elementos complejos, además de que tiende a ser muy dispersa (elementos igual a cero fuera de la diagonal) si se trata de un sistema de gran escala, puesto que sólo existe la interconexión entre cierto número de nodos.

Con base a la Figura E.1, la potencia compleja un nodo i es [Ruiz y Olgúin, 1997]:

$$S_i^T = S_i^G - S_i^L \quad (E.12)$$

$$S_i^T = V_i I_i^* = V_i (Y_{i1} V_1 + Y_{i2} V_2 + \dots + Y_{in} V_n)^*$$

$$S_i^T = V_i \sum_{j=1}^N Y_{ij}^* V_j^* \quad (E.13)$$

Donde S_i^T es la potencia compleja de transmisión, S_i^G es la potencia compleja generada y S_i^L es la potencia compleja de carga en determinado nodo i . La forma polar para cada término es la siguiente:

$$\begin{aligned} Y_{ij} &= |Y_{ij}| \angle \theta_{ij} \\ V_i &= |V_i| \angle \delta_i \\ V_i^* &= |V_i| \angle -\delta_i \end{aligned} \quad (E.14)$$

Desarrollando la ecuación (E.13) en forma polar utilizando fasores de tensión y admitancia en forma polar de (E.14), así se tiene [Ruiz y Olguín, 1997]:

$$S_i^T = \sum_{j=1}^N |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \angle \delta_i - \delta_j - \theta_{ij} \quad (\text{E.15})$$

Separando la potencia real y reactiva de (E.15), se obtienen las ecuaciones de flujos de potencia en términos de coordenadas polares para un determinado nodo i [Ruiz y Olguín, 1997].

$$P_i^T = \sum_{j=1}^N |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$Q_i^T = \sum_{j=1}^N |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \text{sen}(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \quad (\text{E.16})$$

De acuerdo a cada tipo de nodo, se tienen 6 variables a considerar en el estudio de flujos de potencia, dichas variables son las potencias activa y reactiva de generación P_i^G / Q_i^G , las potencias activa y reactiva de carga P_i^L / Q_i^L y los términos de magnitud y ángulo de tensión V_i / δ_i que permiten determinar las potencias de transmisión P_i^T / Q_i^T . Cuatro de estas variables son consideradas como incógnitas puesto que siempre se especifican las potencias activa y reactiva de carga, por lo tanto, para satisfacer las ecuaciones de flujos de potencia se deben de especificar dos variables o más por cada nodo. Esto estriba en la clasificación de nodos de un sistema eléctrico de potencia los cuales son [López, 2015, Ruiz y Olguín, 1997]:

- **Nodo Compensador:** También conocido como nodo slack o de referencia, es considerado como un nodo de enlace (aquella terminal de línea que enlaza otros sistemas) o nodo de generación sin restricciones pues las potencias de generación P_i^G / Q_i^G (que en este caso son incógnitas) pueden tomar valores en un rango más amplio. Este nodo busca compensar las pérdidas potencia activa y reactiva de las líneas de transmisión. Haciendo la analogía a los circuitos de C.A. un fador debe ser seleccionado como referencia de fase, fijando el ángulo de tensión a cero grados, por lo que los demás ángulos de los nodos restantes serán fijados con cierto valor respecto a esta referencia. De igual manera, la magnitud de tensión es fijada que en ocasiones es elegida como valor de perfil plano (1 p.u.).
- **Nodo de Carga:** También conocido como nodo de consumo o nodo PQ, representan aproximadamente una cantidad de más del 80% en los sistemas de potencia, sobre todo en los niveles de menor tensión. En estos nodos no se tiene

generación, pues P_i^G y Q_i^G son conocidas y además tienen valor de cero, del mismo modo las dos cantidades que van a ser calculadas son V_i y δ_i .

- **Nodo de Generación:** También conocido como nodo de voltaje controlado o nodo PV, representa aproximadamente un 20% de los nodos del sistema de potencia. La magnitud de tensión V_i y la potencia real de generación P_i^G en este nodo son fijas. El valor de tensión se mantiene constante ajustando la excitación del generador, mientras que la potencia activa se fija mediante el ajuste de fuente de energía mecánica. Al permanecer fijas estas variables, Q_i^G y δ_i cambian durante la solución del estudio de flujos de potencia.

En resumen, la Tabla E.1 muestra aquellas variables conocidas y desconocidas en cada nodo del sistema de potencia.

Tabla E.1. Variables conocidas e incógnitas de los diferentes tipos de nodos (Adaptado de [Ruiz y Olguín, 1997]).

Tipo de Nodo	Variables Conocidas	Incógnitas	Cantidad
Nodo de Compensación	P_i^L, Q_i^L, V , δ	P_i^G, Q_i^G	1
Nodo de Carga	$P_i^L, Q_i^L, P_i^G, Q_i^G$	$ V , \delta$	$\approx 80\%$
Nodo de Generación	P_i^L, Q_i^L, V , P_i^G	Q_i^G, δ	$\approx 20\%$

E.2 ECUACIONES DE FLUJOS DE POTENCIA Y PÉRDIDAS DE POTENCIA EN LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

En este apartado, no solo se desarrollan las ecuaciones de los flujos de potencia sino también la formulación de las pérdidas de potencia a través de la línea de transmisión [Das, 2006]. Se considera un circuito equivalente monofásico como el de la Figura E.2, donde una línea conecta el nodo i al nodo j enlazada a través de una admitancia y_{ij} y además dicha línea contiene admitancia en derivación y_{ij}^0 .

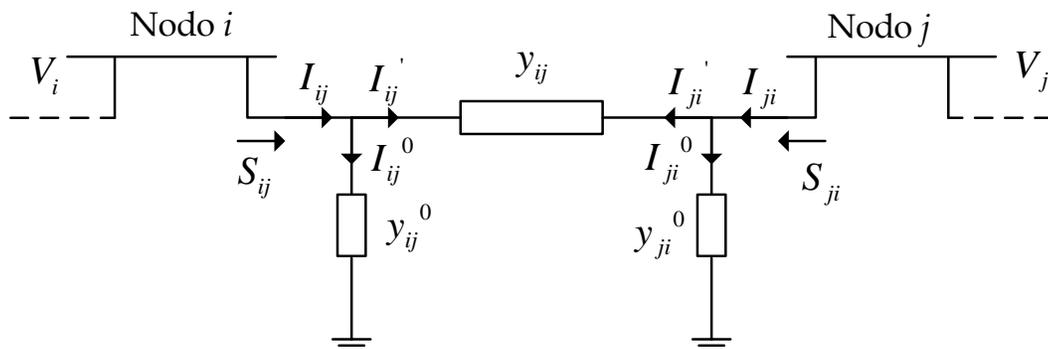


Figura E.2. Representación monofásica equivalente de dos nodos conectados, correspondiente a un sistema eléctrico de potencia (Adaptado de [Das, 2006]).

on base al diagrama de la Figura E.2, se deduce del nodo i al nodo j :

$$\begin{aligned} I_{ij} &= I'_{ij} + I_{ij}^0 \\ I'_{ij} &= (V_i - V_j) y_{ij} \\ I_{ij}^0 &= V_i y_{ij}^0 \end{aligned} \quad (E.17)$$

De (E.17) se sustituyen I'_{ij} y I_{ij}^0 en I_{ij} , obteniendo:

$$I_{ij} = (V_i - V_j) y_{ij} + V_i y_{ij}^0 \quad (E.18)$$

Por otra parte la potencia compleja del nodo i al nodo j se expresa:

$$\begin{aligned} S_{ij} &= P_{ij} + Q_{ij} \\ \therefore P_{ij} + Q_{ij} &= V_i I_{ij}^* \end{aligned} \quad (E.19)$$

Sustituyendo (E.19) en (E.18) so obtiene:

$$\begin{aligned} P_{ij} + Q_{ij} &= V_i \left[(V_i - V_j) y_{ij} + V_i y_{ij}^0 \right]^* \\ \therefore P_{ij} + Q_{ij} &= V_i (V_i^* - V_j^*) y_{ij}^* + V_i V_i^* (y_{ij}^0)^* \\ \therefore P_{ij} - Q_{ij} &= V_i^* (V_i - V_j) y_{ij} + V_i^* V_i y_{ij}^0 \\ \therefore P_{ij} - Q_{ij} &= |V_i|^2 y_{ij} - V_i^* V_j y_{ij} + |V_i|^2 y_{ij}^0 \end{aligned} \quad (E.20)$$

Considerando ahora la potencia compleja del nodo j al nodo i se tiene:

$$P_{ji} - Q_{ji} = |V_j|^2 y_{ji} - V_j^* V_i y_{ji} + |V_j|^2 y_{ji}^0 \quad (E.21)$$

Tomando en cuenta los conceptos de la matriz de admitancias Y_{BUS} :

$$\begin{aligned} Y_{ij} &= -y_{ij} \\ \therefore y_{ij} &= -Y_{ij} \end{aligned}$$

Se reescribe el último término de (E.20), quedando de la siguiente manera:

$$P_{ij} - Q_{ij} = -|V_i|^2 Y_{ij} + V_i^* V_j Y_{ij} + |V_i|^2 y_{ij}^0 \quad (E.22)$$

Tomando en cuenta la forma polar de cada término (E.14), la ecuación (E.22) se desarrolla:

$$P_{ij} - Q_{ij} = -|V_i|^2 |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij}) + |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_k) - |V_i|^2 |Y_{ij}| \sen(\theta_{ij}) + |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sen(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_k) + |V_i|^2 |y_{ij}^0| \quad (E.23)$$

Separando los términos de (E.23) en potencia activa y reactiva del nodo i al nodo j , se obtienen las ecuaciones para obtener los flujos de potencia entre dos líneas de transmisión:

$$P_{ij} = -|V_i|^2 |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij}) + |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_k) \\ Q_{ij} = |V_i|^2 |Y_{ij}| \sen(\theta_{ij}) + |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sen(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_k) - |V_i|^2 |y_{ij}^0| \quad (E.24)$$

Similarmente con base a los términos de (E.23), los flujos de potencia vistos del nodo j al nodo i se expresan:

$$P_{ji} = -|V_j|^2 |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij}) + |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_j + \delta_i) \\ Q_{ji} = |V_j|^2 |Y_{ij}| \sen(\theta_{ij}) + |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sen(\theta_{ij} - \delta_j + \delta_i) - |V_j|^2 |y_{ji}^0| \quad (E.25)$$

Por otra parte las pérdidas de potencia real y reactiva del nodo i al nodo j es determinado por:

$$P_{LOSS_{ij}} = P_{ij} + P_{ji} \\ Q_{LOSS_{ij}} = Q_{ij} + Q_{ji} \quad (E.26)$$

E.3 DIAGRAMAS DE FLUJOS CORRESPONDIENTES AL ESTUDIO DE FLUJOS DE POTENCIA CONVENCIONALES

Con base a lo dicho en el Capítulo 4, en esta sección se muestran los diagramas de flujo (Figura E.3 - Figura E.4) del programa de FPC de [Ruiz y Olguín, 1997] utilizado como subrutina para poder obtener un punto de partida en las variables de decisión del estudio de FPO. Dichos diagrama de flujo se muestra seccionado en dos partes con la finalidad de tener una mejor interpretación del estudio de FPC.

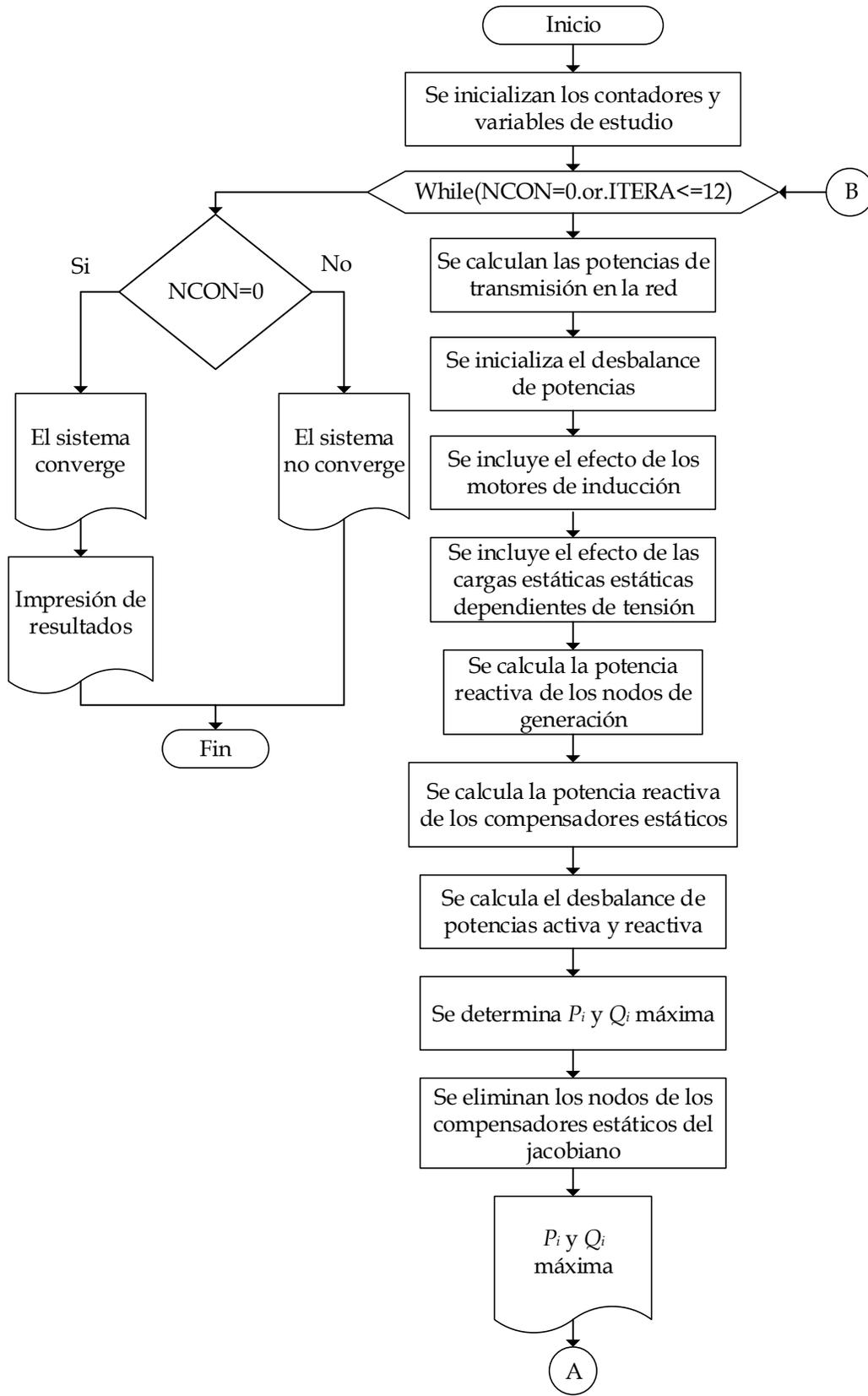


Figura E.3. Diagrama de flujo de la subrutina FLUJOS (Parte 1/2).

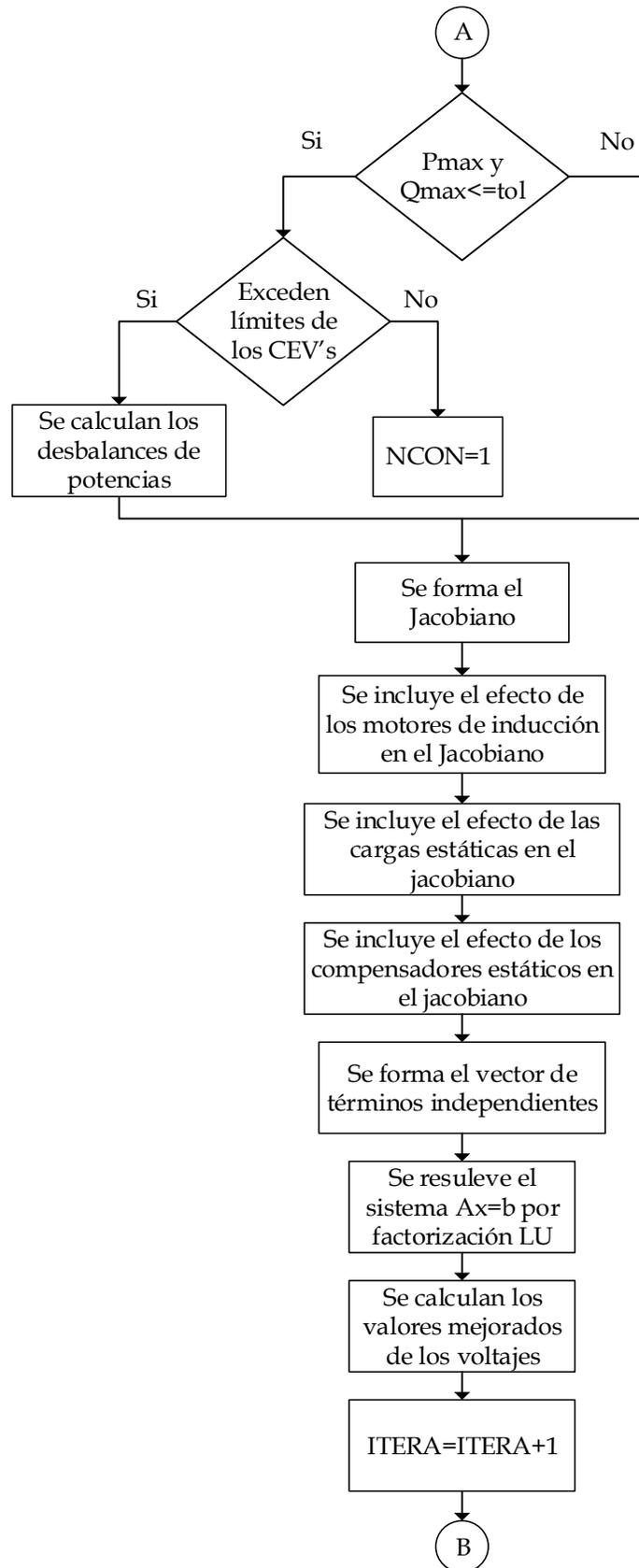


Figura E.4. Diagrama de flujo de la subrutina FLUJOS (Parte 2/2).

